

建议 三年级 学生使用

6级

小学奥数

优秀生 培养教程 6级

学而思研发中心　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

小学奥数优秀生培养教程 . 六级 / 学而思研发中心编著 . — 北京：电子工业出版社，2015.9
ISBN 978-7-121-26606-5

Ⅰ . ①小… Ⅱ . ①学… Ⅲ . ①小学数学课－教学参考资料 Ⅳ . ① G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 158646 号

策划编辑：蔡 葵
责任编辑：徐 磊
印 刷：
装 订：
出版发行：电子工业出版社
北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036
开 本：787×1 092 1/16 印张：7.75 字数：274 千字 插页：14
版 次：2015 年 9 月第 1 版
印 次：2015 年 9 月第 1 次印刷
定 价：56.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

学而思图书编委会

名誉顾问 裘宗沪

主　　编 余其煌　周春荔　陶晓永　张邦新

副 主 编 白　超　李　晋　孙　凯　杨　巍　周　斌　郭　巍
卢　宁　杨付光　赵璞铮　陈体銮　刘　威　许　威
张宇鹏　车　杰　刘　开　王　帅　张明颂　白云峰
林　达　王　磊　张　杰　白柯荣　李　响　王朝立
张超月　朱书将

执行主编 王朝立　张　江　张　慧　震　荣

编　　者 张　慧　郭忠秀　赵永明　马　宁　李　杰　马艳辉
郭佳美　震　荣　赵志永　桓　瑞　齐志远　栾学超
张诗梦　孙佳宝　周　耀　桓　瑞　李明月　付　桂
李艳艳　贺赓帆　汪　开　段慧超　孙凤玉

编委会成员



裘宗沪

原中国数学奥林匹克委员会常务副主席

自1985年起，组织我国中学生参加国际数学奥林匹克竞赛，成绩斐然。1993年因对中国数学课外教育所做出的杰出贡献，被国家数学竞赛世界联盟授予Erdos奖。



余其煌

中国科学院数学与系统科学研究院应用数学研究所研究员。中国科学院应用数学研究所研究员，博士生导师。华罗庚金杯少年数学邀请赛主试委员会副主任委员。



周春荔

中国数学会会员、中国数学奥林匹克首批高级教练员。首都师范大学数学系教授，《数学教育学报》编委。现任华罗庚金杯少年数学邀请赛主试委员会副主任。



陶晓永

北京教育学院数学系副教授、中国数学奥林匹克高级教练、华罗庚金杯少年数学邀请赛主试委员会委员，北京数学竞赛集训队教练组组长。



杨巍

中国科学院博士，本科毕业于北京大学，曾获浙江省初中数学竞赛第一名，全国初中数学奥林匹克特等奖，高中数学联赛二等奖，高中物理联赛一等奖。



林达

北京大学数学科学学院本科毕业，学而思培优西安分校校长。初二即获得全国数学联赛一等奖，两获全国高中数学联赛一等奖。其学生在初二即获得全国高中联赛一等奖，创造全国纪录。



张杰

毕业于北京大学，现任学而思培优济南分校校长。曾获全国高中生物联赛一等奖、数学联赛二等奖、化学联赛二等奖。



卢宁

北京大学法学、经济学双学士，现任学而思培优青岛分校校长，熟悉3~9年级课外数学。



张诗梦

北京大学元培学院本科毕业，获得理学学士学位和经济学学士双学位。曾获第8届小学华杯赛总决赛银牌。

前　言

本套丛书具有以下特色：

1.权威团队

丛书汇集了众多专家及学而思全国数千名一线教师的智慧，知识体系具有系统性、条理性，在解题方法方面注重一题多解、多题一解、变通分析、总结规律，帮学生跳出题海，举一反三，触类旁通。

2.视频讲解

本套丛书力邀一线名师，对书中经典例题进行网络视频讲解（免费）。学生登录网址：zt.xueersi.com/aoshuyx即可观看。

3.论坛互动

读者只需登录http://book.eduu.com/peiyou，单击《小学奥数优秀生培养教程6级》“新书答疑”按钮，即可实现与老师在线互动，与同学交流心得体会，分享学习经验，关注微信公众平台，及时了解我们的动态信息，精彩不断，敬请期待。

4.QQ答疑

学生在使用本书过程中，会遇到一些学习问题，这里有一线老师在线为学生答疑解惑，学生只要登录好未来书籍服务群QQ：324414614，即可实现与名师在线一对一的交流。

在本书的编写过程中，我们征求了全国学而思培优19所分校教研部的老师的意见。肖京园、刘盛；陈绍伦、石琦、林诗宇；吴中亚；戴雪珂、汪润庆、宋青平；鲍泽瀚、司慧杰；盛攀、贾豪杰、张斌斌；尹斌、华潮；朱贤挺；王环宇；周广杰、刘方超；王银川；马宽宇；申燕姿；张文婷；靳宏亮；石秋旭；谌鑫；朱胜辉；陆朝胜、周耀、杨婕、曹威、程雪、荆晨玮等老师和平面设计师杨帆、常冰玉、胡安萍、温溪、韩东坡，插画师贾烨、马昀为对本书做出了重大贡献。

我们虽秉承着“打造精品书籍，让学生高效学习”的精神编写此书，但不妥之处在所难免，读者在使用本书过程中发现任何问题或者提出改善性意见，均可与我们联系。

联系方式：xiaoxueshuji@100tal.com

学而思研发中心

十二级体系介绍

好未来国际教育集团旗下品牌学而思培优历经7年沉淀，于2010年推出行业领先的小学奥数十二级体系，将原来支离破碎的小学奥数课程重新整合，让广大优秀的小学生享受最专业的小学数学教育。其间，经过无数家长和学生的反馈，十二级体系在2012年进行了一次全方位的升级，使得如今能更好地呈现在更多的家长和学生面前，同时也向世人展示着学而思培优不断创新、孜孜不倦的研发精神。

每一级课程会学习哪些内容呢？结合专家的建议和数学能力培养的需要，学而思课程体系把整个小学阶段需要掌握的内容分成了八大问题：计算问题、整数问题、图形问题、应用问题、行程问题、组合问题、计数问题和综合问题。

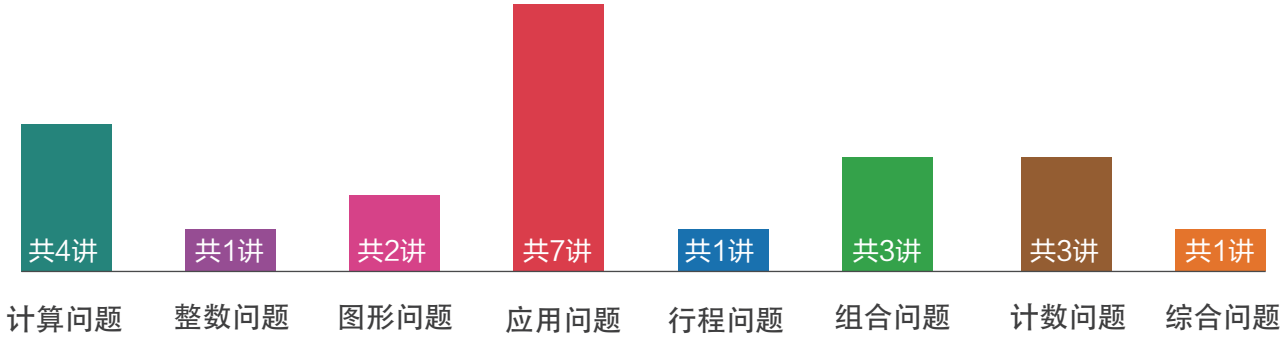
应广大学生、家长要求，学而思教研中心将十二级体系再次整理，出版了《小学奥数优秀生培养教程》（以下简称《教程》）。《教程》共分为12本，每本对应1级，总共12级，组成**学而思培优小学奥数十二级体系**。

教程1级	教程2级	建议一年级学生学习
教程3级	教程4级	建议二年级学生学习
教程5级	教程6级（本册书）	建议三年级学生学习
教程7级	教程8级	建议四年级学生学习
教程9级	教程10级	建议五年级学生学习
教程11级	教程12级	建议六年级学生学习

每一大问题都有其相对应的颜色，如下所示：

计算问题	包括数的运算和技巧、解方程、数列数表等内容。
整数问题	包括对整数问题的研究，如整除、质数、合数等内容。
图形问题	包括平面图形和立体图形的相关内容。
应用问题	包括和差倍、鸡兔同笼、盈亏问题、分数比例应用题等内容。
行程问题	包括与速度、路程、时间相关的所有内容。
组合问题	包括组合原理、组合构造、逻辑推理、数字谜等内容。
计数问题	包括枚举法、数图形、加乘原理、排列组合等内容。
综合问题	包括上述七大问题中任意至少两个问题的综合性内容。

这样使读者在看到每一讲的主题颜色的时候就可以很轻松地知道本讲属于哪一问题了。**下面一个图表可以很清楚地看到八大问题在本册书的分布。**



出场人物



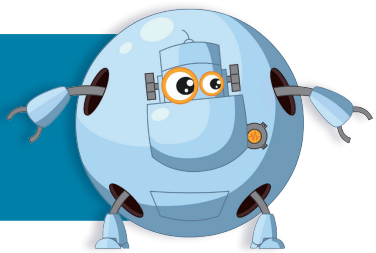
艾迪： X别动队成员，正义勇敢的星球战士。5岁的时候，遭遇了巨大灾难——陨石风暴，为守护地球，艾迪的父亲牺牲了。查尔斯博士消除了艾迪的所有记忆，并让艾迪与自己一起生活。



薇儿： X别动队成员。父亲是宇宙能源大王，所以薇儿从小就像小公主一样地成长。薇儿自幼喜欢挑战冒险。薇儿瞒着自己的父亲来到基地，同艾迪他们一起组建了X别动队。



查尔斯博士： 德高望重的科学家。是X别动队行动的策划者。在一次执行任务的过程中，博士失去了手臂，随后自己研制了一副机械手臂。



大宽： X别动队成员，力大无穷的机器人，曾经的拆弹专家。在X别动队成立之前大宽一直都承担着保卫家园的任务，负责拆解各种炸弹。



加加：
陪伴薇儿成长的加法国守护精灵。



乘乘：
乘法国守护精灵。



减减：
艾迪在奇遇冒险中遇到的减法国守护精灵。



除除：
来自除法国的小毛毛虫。

目　录

第 1 讲　字典排列法和树形图……1

第 2 讲　等量代换……6

第 3 讲　角度初识……11

第 4 讲　速算巧算之四则运算……16

第 5 讲　字母表示数……21

第 6 讲　和差倍……25

第 7 讲　倒推与图示……30

第 8 讲　方阵……35

第 9 讲　巧填算符……40

第 10 讲　小数的认识……44

第 11 讲　平行四边形与梯形……51

第 12 讲　年龄问题……57

第 13 讲　带余除法初步……62

目　录

第 14 讲　简单统计……67

第 15 讲　点线排布……74

第 16 讲　等差数列初步……79

第 17 讲　页码问题……83

第 18 讲　标数法……87

第 19 讲　图形计数初步……93

第 20 讲　简易方程……98

第 21 讲　简易方程的应用……103

第 22 讲　路程、速度与时间……108

答案与提示……113

第1讲 字典排列法和树形图

前铺知识　数数与比较 ▶▶ 枚举法的妙用 ▶▶

本讲内容

1．学会简单的字典排列法和树形图。

2．学习有序的分类思想。

本讲故事

薇儿追问艾迪考入X别动队的方法。



《新华字典》是中国第一部现代汉语字典。最早的名字叫《伍记小字典》，但未能编纂完成，它原由新华辞书社编写，新华辞书社1956年并入中科院语言研究所（现中国社科院语言研究所）词典编辑室。《新华字典》由商务印书馆出版。历经几代上百名专家学者10余次大规模的修订，重印200多次。成为迄今为止世界出版史上发行量最高的字典。

1.1 字典排列法和分类枚举

例 1 （1）有 2 个房间，艾迪和薇儿各住一间，有多少种不同的住法？
（2）有 3 个房间，艾迪、薇儿和大宽各住一间，有多少种不同的住法？
（3）有 3 个房间，艾迪和薇儿各住一间，有多少种不同的住法？

分析
住房间的人位置互换后，又是一种新的住法，有特殊要求时，要优先考虑。

例 2 （1）用 1，2，3 三张数字卡片可以组成多少个不同的三位数？
（2）用 1，2，3 三种数字卡，每种都有足够数量，可以组成多少个不同的三位数？

分析
（1）三张数字卡片放的位置不同，则组成的三位数不同，从高位到低位或从低位到高位依次有序选择每个数位上放的数字卡片。
（2）三种数字卡片，每种都有足够多的数量，相同数字的卡片可以重复使用。

练习 1

春游的时候，老师给同学们准备了苹果、香蕉和橘子 3 种水果，每种都有足够多个。学学想挑 3 个水果吃，请问：她一共有多少种选择？

例 3 在某地有四种不同面值的硬币如图 1-1 所示，假如你恰有这四种硬币各 1 枚。问共能组成多少种不同的钱数？请你用加法算式一个一个列举出来。



图 1-1

分析
选择硬币时，没有先后顺序的差别，按所用硬币数量从少到多或从多到少的顺序有序组成不同的钱数。

例 4 小悦、冬冬、阿奇三个人一共有 7 本课外书，每个人至少有一本。问小悦、冬冬、阿奇分别有几本课外书？请写出全部可能的情况。

分析
将 7 本书分给三个人，7 本书没有差别，只是每人分得的数量会有多种情况，可将 7 拆成三个整数，每个数分别对应这三个人每人分得的书的数量，找出所有可能的情况。

1.2　树形图

例 5 一个学生假期到 A，B，C 三个城市游览。他今天在这个城市，明天就到另一个城市。如果他第一天在 A 市，第五天又回到 A 市。问他的游览路线共有几种不同的方案？

分析
已知起点和终点以及要选择的步骤的数量和每步选择的要求，可以用树形图来枚举所有的方案。

练习2

甲、乙、丙 3 个人传球。第一次传球是由甲开始，将球传给乙或丙……经过 4 次传球后，球正好回到甲手中。那么一共有多少种不同的传球方式？

开放试题

艾迪、薇儿、大宽、加加、减减五个人排队照相，其中艾迪必须站在正中间，如图 1-2 所示，总共有多少种排法？



图 1-2

笔记整理

1. 枚举法：使用各种枚举法需要注意有条理、不重复、不遗漏，使人一目了然。
2. 字典排列法：从首位开始，按一定的顺序（比如从小到大）枚举第一位，对于每种情况再按从小到大的顺序枚举第二位，依此类推。
3. 运用字典排列法一定要能分辨“有次序”和“无次序”的情形。
4. 树形图：树形图法，又叫“枚举树”，是借助树状结构的分层特征来罗列所有可能的一种方法。
5. 利用枚举树进行枚举的一般步骤和技巧：
 （1）明确条件　（2）确定范围　（3）确定次序　（4）逐一枚举

本讲巩固

1 小明决定去香山、颐和园、圆明园这三个景点旅游。要走遍这三个景点，他一共有多少种不同的游览路线？

2 用数字 1,2,3,4 可以组成多少个各位数字互不相同的两位数？

3 用 3,7,5 三种数字可以组成多少个不同的两位数？

4 小李摆摊卖货，小木偶每个卖 1 元，大木偶每个卖 2 元，小李今天一共卖出了 5 个木偶。小李今天一共卖的钱数有几种可能？

5 艾迪、薇儿、大宽 3 人互相传球，从艾迪开始第 1 次传球，经过了 4 次传球后，球恰巧又回到艾迪手中，那么不同的传球方式共多少种？

第2讲

等量代换

前铺知识　我会换一换 ▶▶ 等式加减法 ▶▶

本讲内容

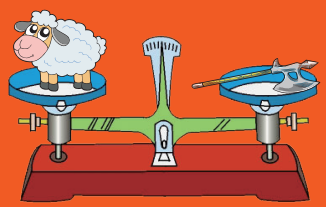
1．通过等式的基本性质，对天平的两端进行操作。

2．利用代换解决实际问题，培养学生的代换思想。

本讲故事

艾迪暴露了博士与X别动队的关系。





在原始社会，人们使用以物易物的方式，交换自己所需要的物资。只要交易双方认为价值相等即可进行交换，例如用一只羊换一把石斧。这就构成了最原始的等量代换。

2.1　简单代换

例 1　如图 2-1，一只猫相当于几只甲虫的重量呢？

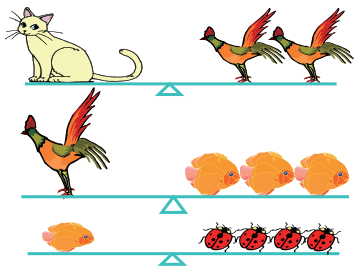


图 2-1

分析

观察问题，将问题中没有提到的动物，逐个用问题中提到的动物替换掉。即可找出猫和甲虫的关系。

例 2　观察图 2-2，看看谁最重。

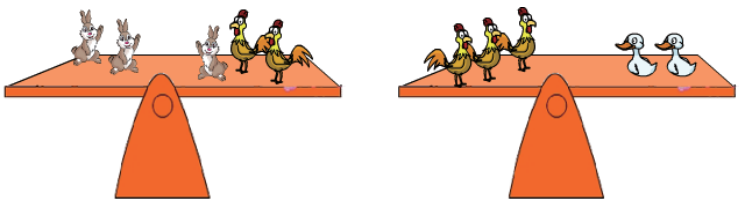


图 2-2

分析

根据问题和图 2-2，找出兔与鸡，鸡与鸭的重量关系。

例 3　艾迪的重量等于 1 只流氓兔和 1 只飞天猪的重量，1 只飞天猪的重量等于 1 只流氓兔和 2 只唐老鸭的重量，1 只流氓兔的重量等于 3 只唐老鸭的重量，算一算艾迪的体重与几只唐老鸭的重量一样？

分析
列图文算式，根据已知条件，找出艾迪的体重与唐老鸭的重量关系。

例 4 一天，小东一下子吃了 4 大包外加 14 小包饼干，一共 70 块。如果 3 大包的饼干数量和 7 小包饼干数量相同，那么 1 小包饼干有几块？

分析
列图文算式，找出大包饼干和小包饼干的关系。

练习 1

如果 1 个笔记本的价钱等于 5 块橡皮的价钱，4 个文具盒的价钱等于 40 块橡皮的价钱。已知 1 个笔记本的价钱是 3 元，那么购买一个文具盒、一个笔记本、五块橡皮共需要多少元？

2.2 复杂代换

例 5 博士第一次买回 2 个篮球和 1 个排球，用去 240 元。第二次又买回 5 个篮球和 2 个排球，用去 570 元。问：1 个篮球和 1 个排球的价格各是多少元？

分析
根据题意，列图文算式，抵消掉一种球，使图文算式中只剩一种球，计算出这种球的价钱。

练习2

如果鱼尾重 4 千克，鱼头重量等于鱼尾加上鱼身一半的重量，而鱼身重量等于鱼头加鱼尾的重量。问这条鱼重多少千克？

开放试题

艾迪和薇儿联合办了个玻璃球制造厂。由于监管不严出现劣质小球。劣质小球质量比标准小球质量要轻。为了挑出劣质小球，艾迪挑选了 8 个编号为①～⑧的小球，其中有 6 个小球重量相同，另外两个各轻 1 克。为了挑出这两个轻球，用天平称了三次，结果如下：
第一次：① + ②重于③ + ④；
第二次：⑤ + ⑥轻于⑦ + ⑧；
第三次：① + ③轻于⑤ + ⑦；
你能判断出劣质小球是哪两个吗？

笔记整理

等量代换是指用一种量来代替和它相等的另一种量，它是数学中一种基本的思想方法，也是代数思想方法的基础。等量代换思想用等式的性质来体现就是：

1．等式的传递性：如果 $a=b$，$b=c$，那么 $a=c$。

2．等式的性质：（1）等式的两边同时加上或减去同一个数或字母，等式仍成立。

（2）等式的两边同时乘或除以相同的数或字母（0 除外）等式仍成立。

本讲巩固

1 图 2-3 中，最后一个盘子里应放几粒玻璃球才能使天平平衡？

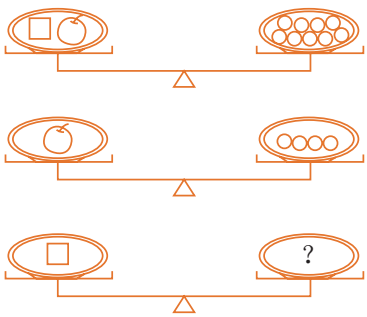


图 2-3

2 三个原始人在部落里进行物品交换。甲：“我想用一头猪换你 10 只鸡。”乙：“不行，我只想用 4 只鸡换 1 张羊皮，别的我不要。”丙：“羊皮换猪了，3 张羊皮换 1 头猪。”那么请问：甲能不能换到 10 只鸡？

3 已知 13 个李子的重量等于 2 个苹果和 1 个桃子的重量，而 4 个李子和 1 个苹果的重量相等。问多少个李子的重量等于 1 个桃子的重量？

4 一天，小东一下子吃了 2 大包外加 7 小包饼干，一共 35 块。如果 3 大包的饼干数目和 7 小包饼干数目相同，那么 1 小包饼干有几块？

5 艾迪买水果回来，他买 4 千克梨和 5 千克荔枝，正好花掉了 58 元。大宽问：“你买的梨和荔枝各多少钱一千克？”艾迪一脸神秘地说：“如果我买 6 千克梨和 5 千克荔枝，就需要花掉 62 元。”你知道答案吗？

第 3 讲

角度初识

前铺知识　线、角初识 ▶▶ 有趣的平面图形 ▶▶

本讲内容

1. 角的定义。
2. 角的分类。
3. 角度的计算。
4. 互余与互补。

本讲故事



角的静态定义：
具有公共端点的两条射线组成的图形叫作角（angle）。这个公共端点叫作角的顶点，这两条射线叫作角的两条边。

角的度量方法：
用量角器的中心对准角的顶点，量角器的零刻度线对齐角的一边，角的另一边所指的刻度就是角的大小。



余角和补角：两角之和为90°则两角互为余角。两角之和为180°则两角互为补角。等角的余角相等，等角的补角相等。

3.1 角的认识

例 1 判断对错

（1）一个钝角减去一个直角，得到的角一定是锐角。（　　）

（2）一个钝角减去一个锐角，得到的角不可能还是钝角。（　　）

（3）25° 的角用 10 倍的放大镜看就变成了 250° 。（　　）

例 2 找出图 3-1 中所有的角（只考虑小于平角的角），并将它们表示出来。

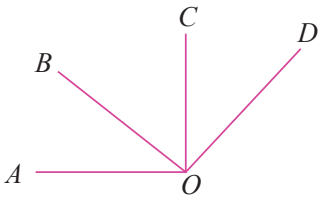


图 3-1

分析

按从小到大的顺序将所有角枚举出来。

练习 1

将图 3-2 中所有的角表示出来。（只考考虑小于平角的角）

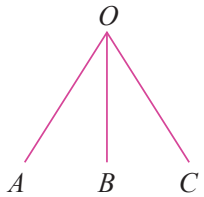


图 3-2

3.2 简单的角度计算——互余和互补

例 3 如图 3-3 所示，已知∠4 的度数是∠1 度数的 3 倍，求∠1，∠2，∠3，∠4 分别是多少度？

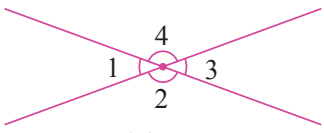


图 3-3

分析
找特殊角，互补关系的角，转化为和倍问题求解。

练习2

如图 3-4，∠1=_____°，∠2=_____°，∠3=_____°

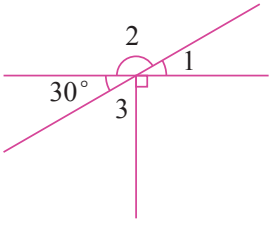


图 3-4

例 4 如图 3-5，已知 O 是直线 AD 上一点，$\angle AOB$，$\angle BOC$，$\angle COD$ 三个角从小到大依次相差 25°，求这三个角的度数。

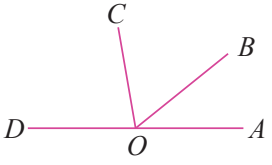


图 3-5

分析
找特殊角，互补关系的角，转化为和差问题求解。

例 5 如图 3-6 所示，三个正方形叠放在一起，有一个公共点，并且已知其中两个角的度数分别为 45° 和 30°，求∠1 的度数。

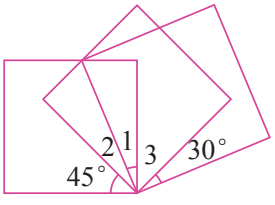


图 3-6

分析
找特殊角，互余关系的角。

开放试题

如图 3-7，从点 O 引出 6 条射线 OA，OB，OC，OD，OE，OF，且 $\angle AOB=100°$，OF 平分 $\angle BOC$，OE 平分 $\angle AOD$，$\angle EOF=140°$，求 $\angle COD$ 的度数。

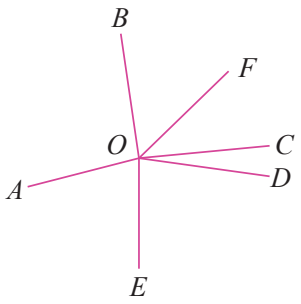


图 3-7

笔记整理

角的定义：具有公共端点的两条射线组成的图形叫作角，这个公共端点叫作角的顶点，这两条射线叫作角的两条边。

角度：表示角的大小的量或形容角的两边张口大小的量。

注意：角的大小与两边长短无关，与角的两边张口大小有关。

互余：如果两角之和为 90°，那么我们就说这两个角互为余角，简称互余，也可以说其中一个角是另一个角的余角。

互补：如果两角之和为 180°，那么我们就说这两个角互为补角，简称互补，也可以说其中一个角是另一个角的补角。

本讲巩固

1 判断对错。

（1）角越大，角的两边就越长。（　）

（2）大于 90° 的角叫作钝角。（　）

（3）一个直角减去一个锐角，得到的角一定是锐角。（　）

（4）20° 的角用 5 倍的放大镜看还是 20°。（　）

2 如图 3-8 所示，已知∠1 的度数是∠2 度数的 2 倍，求∠1，∠2，∠3，∠4 分别是多少度？

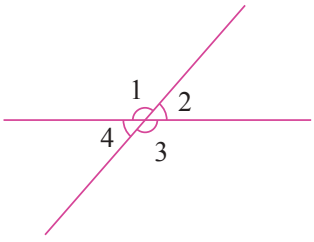


图 3-8

3 如图 3-9，已知∠*BOC*，∠*AOB*，∠*AOC* 分别相差 50°，求∠*BOC* 的度数。

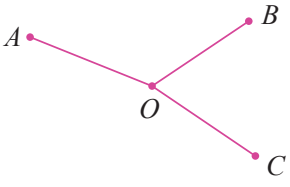


图 3-9

4 如图 3-10 所示，已知 *OE* 与 *OF* 垂直，过 *O* 点作直线 *AB*，若∠*EOA*=2∠*AOF*，则∠*BOF*=_____

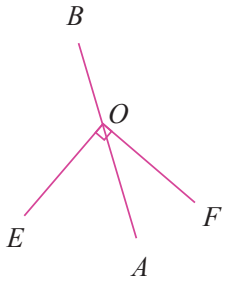


图 3-10

5 如图 3-11，两个正方形重叠放在一起，已知∠1=70°，求∠3 的度数。

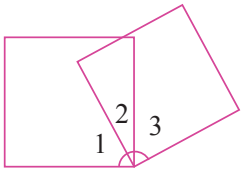


图 3-11

第4讲 速算巧算之四则运算

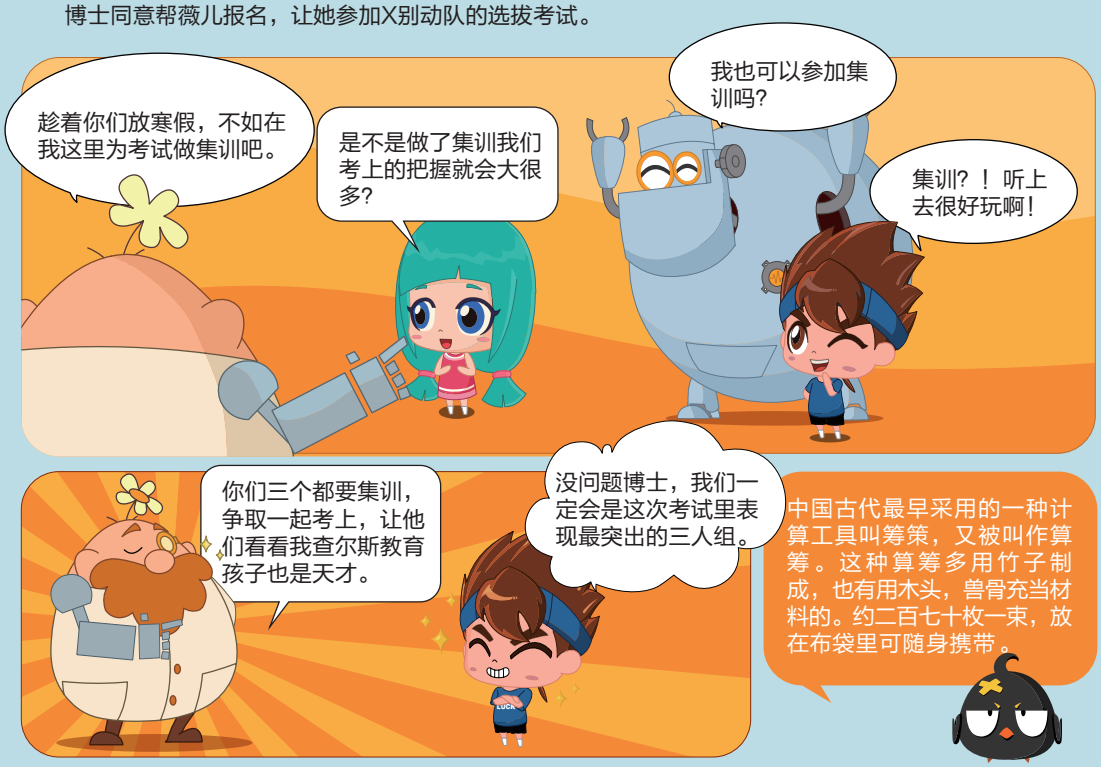
前铺知识 巧算乘法 ▶▶ 巧算除法 ▶▶

本讲内容

1. 加减乘除法的运算律。
2. 提取公因数。
3. 拆数重组的技巧。

本讲故事

博士同意帮薇儿报名，让她参加X别动队的选拔考试。



4.1　凑整

例 1　算一算：

（1）256+78−56=_____　　（2）13+44+37=_____

（3）121−78−21=_____

分析

观察个位，找个位可以凑十的先相加，个位相同的先相减。

例 2　算一算：

（1）134+187−87=_____　　（2）358−139−61=_____

（3）38×25×4=_____　　（4）28÷35×5=_____

分析

加减同级运算，乘除同级运算，可通过带符号搬家或加括号的方法，让能够凑整的数优先计算。

例 3　算一算：

（1）165+(86+135)=_____　　（2）587−(87−125)=_____

（3）150×(2÷15)=_____　　（4）750÷(75÷10)=_____

分析

去括号时，括号前面是加号或者乘号，括号里面的运算符号不用变号；括号前面是减号或者除号，括号里面的运算符号要变号。

练习1

算一算：

（1）200−123+23=_____　　（2）30÷24×4=_____

（3）253−(53−100)=_____　　（4）35÷(35÷4)=_____

4.2　乘法分配律和提取公因数

例4　下面这些题你会算吗？

（1）125×(40+8)　　（2）(100−4)×25

分析

先算括号里的加减法，再用它们的和或者差去乘括号外的数很麻烦，而用乘法分配率去括号，有时更简便。

练习2

利用乘法分配律将 25×(40−2) 去括号的正确结果是（　　）

A.25×40−2　　B.25×40+2　　C.25×40−25×2　　D.25×40+25×2

例5　计算：（1）33×66+33×34　　（2）155×83−55×83

（3）67×22+67×77+67

分析

先算乘积，再算加减法，会很麻烦。当每个乘法算式中有相同因数时，可以用提取公因数的方法，有时更简便。

开放试题

计算：33×34+34×35+68×66=_____

笔记整理

本讲主要要掌握以下运算定理：

1. 加法交换律：$a+b=b+a$
2. 加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$
3. 减法的性质：$a-b-c=a-(b+c)$
4. 乘法交换律：$a\times b=b\times a$
5. 乘法结合律：$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
6. 乘法分配律：$a\times(b\pm c)=a\times b\pm a\times c$（反过来就是提取公因数）
7. 除法的性质：$a\div(b\times c)=a\div b\div c$

 $(a+b)\div c=a\div c+b\div c$

 $(a-b)\div c=a\div c-b\div c$

以上这些运算律，既可以从左到右顺着用，又可以从右到左逆着用。

本讲巩固

1 算一算：

（1）149+38−49=_____

（2）12+46+38=_____

（3）126−37−26=_____

2 算一算：

（1）257+139−39=_____

（2）113−32−68=_____

（3）83×2×5=_____

（4）24÷9×3=_____

3 算一算：

（1）174+(98+126)=_____

（2）234−(34−210)=_____

（3）13×(4÷13)=_____

（4）36÷(36÷7)=_____

4 用简便方法计算下面各题。

（1）125×(80+4)　　（2）(100−8)×25

5 算一算：68×45+68×55=_____

第5讲

字母表示数

前铺知识　图文算式 ⏩ 等量代换 ⏩

本讲内容

1．字母表示数和化简。

2．用字母表示数量关系。

3．用字母列等式。

本讲故事



5.1 字母表示数与化简

例 1 观察下面的数列

（1）1，2，3，a，5，6，7，b，9，10……　　a=_____；b=_____

（2）2，4，6，8，a，12，14，b，18……　　a=_____；b=_____

分析

根据数列的规律，找出相应位置的字母代表的数应该是多少。

例 2 （1）一只手有 5 个手指，两只手有_____个手指，三只手有_____个手指，……n 只手有_____个手指。手指的数量与手的数量有什么关系呢？

（2）1 只螃蟹 1 张嘴，2 只眼睛 8 条腿；

2 只螃蟹 2 张嘴，4 只眼睛 16 条腿；

3 只螃蟹 3 张嘴，6 只眼睛 24 条腿；

4 只螃蟹 4 张嘴，8 只眼睛 32 条腿；

……

n 只螃蟹_____张嘴，_____只眼睛_____条腿。

分析

根据前面的计算找规律，观察如何用字母表示计算结果。

例 3 用简便方法表示下列各式。

$a\times5=$	$a+a=$	$m\times n=$	$a\times b\times x=$	$b\times1=$
$a+a+a=$	$a\times a=$	$m+n+n=$	$4+b\times b=$	$4\times b\times b=$

分析

在字母表达式中，乘号省略不写，省略乘号后，数要写在字母的前面。

练习1

判断正误：

（1）$a\times5=5\times a$（　　）　　（2）$b+b=b^2$（　　）

（3）$\overline{abc}=a\times b\times c$（　　）　　（4）$a\times a=2a$（　　）

5.2　用字母表示数量关系

例 4　用字母表示下面题目中所求的量。

（1）甲数是 x，乙数是 y，甲乙两数之和是_____，两数之差是_____。

（2）一个等边三角形，每边长 a 米。它的周长是_____米。

（3）一个正方形的周长是 C 厘米，它的边长是_____厘米。

分析

用字母表示所求的量时，注意要写成最简便形式。

练习2

用字母表示下面题目中所求的量。

（1）学校有图书 4000 本，又买来 a 本，现在一共有_____本。

（2）李师傅每小时生产 x 个零件，10 小时生产_____个。

（3）三年级（2）班有学生 46 人，其中男生有 x 人，那么班里女生有_____人。

例 5　写出下面题目中的字母表示的意义。

（1）某班共有 50 名学生，女生有（$50-C$）名，C 表示_____。

（2）一天早晨的温度是 b℃，中午比早晨高 8℃，$b+8$℃表示_____。

开放试题

在有余数的整数除法算式中，除数是 b，商是 c，（b，c 均不为 0），被除数最大为多少？请用含有 b，c 的式子表示。

笔记整理

字母可以表示任意的数，也可以表示特定意义的公式，还可以表示符合条件的某一个数，甚至可以表示具有某些规律的数，总之，字母可以简明地将数量关系表示出来。

1. 数字与字母之间的 × 号，可以省略。
2. 字母与字母之间的 × 号，可以省略。
3. 相同字母的乘积可以写成平方或几次方的形式。

本讲巩固

1 一个正方形有_____条边，两个正方形有_____条边，三个正方形有_____条边，……n 个正方形有_____条边。思考：边数与正方形的数量有什么关系呢？

2 用简便方法表示下列各式。

$a+a+a+2a=$　　$10\times x=$　　$5b-3b=$　　$y+9y=$　　$m\times m=$

3 判断对错，并将正确答案写在括号后面的横线上。

（1）$4^2=4\times2$（　）_____　　（2）$7\times7=7^2$（　）_____

（3）$5+x=5x$（　）_____　　（4）$c\times2=c^2$（　）_____

4 你能用字母表示下面题目中所求的量吗？

（1）妈妈今年 a 岁，明明今年 b 岁，妈妈比明明大_____岁。

（2）一个足球单价 a 元，一个篮球 b 元，学校买了 15 个足球，20 个篮球，买足球一共花了_____元，买篮球一共花了_____元，买这些球一共花了_____元。

5 学校买来 a 个篮球，10 个足球，每个篮球 68 元，每个足球 x 元，问下面每个算式表示什么意思。

（1）$x+68$ 表示：_____

（2）$68a$ 表示：_____

（3）$68-x$ 表示：_____

（4）$68a+10x$ 表示：_____

第6讲

和差倍

前铺知识　和差问题 ⏩ 和倍问题 ⏩ 差倍问题

本讲内容

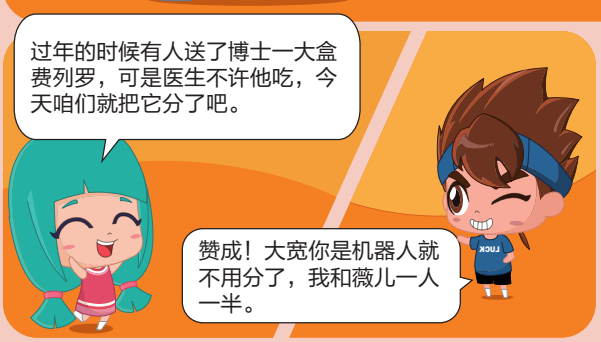
1．和差、和倍、差倍问题综合。

2．利用线段图解决和差倍问题。

本讲故事

为了今后能掌握万能的方程，艾迪他们进行了“用字母表示数”的训练。





费列罗巧克力（Ferrero Rocher），国内称为费列罗榛果威化巧克力，是享誉全球的巧克力品牌。每颗费列罗巧克力的热量大约是75卡路里。

巧克力对于集中注意力和提高智力都有作用。有些司机把巧克力作为提高驾驶能力的精神振奋剂，考试的学子也可用来健脑。



6.1 和差问题

例 1 有三块布料一共 190 米，第二块比第一块长 20 米，第三块比第二块长 30 米。每块布料各长多少米？

分析
画线段图分析。

练习 1

把 614 元的奖金奖给甲、乙、丙三人；甲比乙多得 24 元，比丙多得 16 元；甲、乙、丙各得奖金多少元？

例 2 三条船共运砖 9800 块，第一条船比其余两条船共运的少 1400 块，第二条船比第三条船多运 200 块，三条船各运多少块？

分析
将第二条船和第三条船当作一个整体，根据“第一条船比其余两条船共运的少 1400 块”这个差先画线段图，再分析。

6.2　和倍问题

例 3　甲、乙、丙三个粮仓一共存有 109 吨粮食。其中甲粮仓的粮食总量比乙粮仓的 3 倍多 1 吨，而乙粮仓的粮食总量则是丙粮仓的 2 倍。问：甲粮仓比丙粮仓多存多少吨粮？

分析
根据倍数关系，画线段图分析。

例 4　把 324 分为甲、乙、丙、丁四个数，如果甲数加上 2，乙数减去 2，丙数乘以 2，丁数除以 2 后，四个数相等，求这四个数原来分别是多少？

分析
先找到相等的位置，用线段图画出甲、乙、丙、丁四个数和相等位置的关系，然后找数量关系求解。

6.3　差倍问题

例 5　数学老师将参加学而思杯的学生分成红蓝两个小组，结果发现红组学生人数恰好是蓝组的 3 倍，而小明发现，蓝组人数比红组的 2 倍少 50 人，那么红组学生人数是多少？蓝组学生人数是多少？

分析
根据两个倍数关系，分别画线段图，对应分析。

练习2

小云比小雨少 20 本书，后来小云丢了 5 本书，小雨新买了 11 本书，这时小雨的书比小云的书多 2 倍。问：原来两人各有多少本书？

开放试题

甲、乙两个书架，甲书架取 30 本放入乙书架，则两书架的本数一样多；如果乙书架取 30 本放到甲书架，则甲书架上的书是乙书架的 3 倍，两书架原来各有书多少本？

笔记整理

1．和差问题：

基本公式：

（1）(和－差)÷2= 较小数　　较小数 + 差 = 较大数　　和－较小数 = 较大数

（2）(和 + 差)÷2= 较大数　　较大数－差 = 较小数　　和－较大数 = 较小数

2．和倍问题：

基本公式：和 ÷(倍数 +1)= 小数　　小数 × 倍数 = 大数　　和－小数 = 大数

3．差倍问题：

基本公式：差 ÷(倍数－ 1)= 小数　　小数 × 倍数 = 大数　　小数 + 差 = 大数

4．常用方法：线段图法

本讲巩固

1 育才小学三年级有三个班，一共有学生 126 人。如果一班比二班多 4 人，二班比三班多 4 人，那么这三个班分别有多少人？

2 甲、乙两堆货物一共有 160 件，已知甲堆货物比乙堆的 3 倍还多 40 件。甲、乙两堆各有多少件货物？

3 甲、乙、丙三数的和是 64，已知甲数是乙数的 2 倍，丙数是乙数的 5 倍，求甲、乙、丙三个数。

4 三块布一共长 220 米，第一块和第三块的总长是第二块的 3 倍，第一块比第三块长 35 米，求三块布分别长多少？

5 某单位举行迎春茶话会，买来 4 箱同样重的苹果，从每箱取出 24 千克后，把各箱所剩的苹果合起来，恰好是一整箱，那么原来每箱苹果重多少千克？

第7讲

倒推与图示

前铺知识 逆向思考 ▶▶ 逻辑推理初步 ▶▶

本讲内容

1. 用顺序图解决单量还原问题。
2. 用列表法解决多量还原问题。

本讲故事

艾迪他们吃光了博士的巧克力。



逆向思维也叫求异思维，它是将司空见惯的似乎已成定论的事物或观点反过来思考的一种思维方式。对于某些问题，尤其是一些特殊问题，从结论往回推，倒过来思考，从求解回到已知条件，反过去想会使问题简单化。



7.1　单个量的还原问题

例 1　艾迪做了这样一道题：某数加上 10，再乘以 10，再减去 10，再除以 10，其结果等于 10，求这个数。你知道答案吗？

分析
根据题意，画顺序图，再倒推。

练习 1

少先队员采集树种子，采得的种子数是一个有趣的数。把这个数除以 5，再减去 25，还剩 25，你算一算，共采集了多少个树种子？

例 2　一次数学竞赛颁奖会上，小刚问老师：“我得了多少分？”老师说：“你的得分减去 6 后，除以 2，再加上 10 后，扩大 2 倍，恰好是 100 分。”小刚这次竞赛得了多少分？

分析
根据题意，画顺序图，再倒推。

例 3 一捆电线，第一次用去全长的一半多 3 米，第二次用去余下的一半少 10 米，第三次用去 15 米，最后还剩 7 米。这捆电线原来有多少米？

分析
根据题意可以画出线段图分析。

7.2 多个量的还原问题

例 4 一群小朋友玩扔沙袋游戏，他们分为甲、乙两个组，共有 140 只沙袋。如果甲组先给乙组 5 只，乙组又给甲组 8 只，这时两组沙袋数相等。两个组原来各有多少只沙袋？

分析
画图列表，进行倒推。

练习2

3 个笼子里共养了 36 只兔子，如果从第 1 个笼子里取出 8 只放到第 2 个笼子里，再从第 2 个笼子里取出 6 只放到第 3 个笼子里，那么 3 个笼子里的兔子一样多。求 3 个笼子里原来各养了多少只兔子？

例 5　有甲、乙两堆棋子，其中甲堆棋子多于乙堆。现在按如下方法移动棋子：第一次从甲堆中拿出和乙堆一样多的棋子放到乙堆；第二次从乙堆中拿出和甲堆剩下的同样多的棋子放到甲堆；第三次又从甲堆中拿出和乙堆同样多的棋子放到乙堆。照此移法，移动三次后，甲、乙两堆棋子数恰好都是 32 个。问甲、乙两堆棋子原来各有多少个？

分析
画图列表，进行倒推。

开放试题

A，B，C 三个油桶各盛油若干千克。第一次把 A 桶的一部分油倒入 B，C 两桶，使 B，C 两桶内的油分别增加到原来的 2 倍；第二次从 B 桶把油倒入 C，A 两桶，使 C，A 两桶内的油分别增加到第二次倒之前桶内油的 2 倍；第三次从 C 桶把油倒入 A，B 两桶，使 A，B 两桶内的油分别增加到第三次倒之前桶内油的 2 倍。这样，各桶的油都为 16 千克。问 A，B，C 三个油桶原来各有油多少千克？

笔记整理

已知一个数，经过某些运算之后，得到了一个新数，求原来的数是多少的应用问题，它的解法常常是以新数为基础，按运算顺序倒推回去，解出原数，这种方法叫作逆推法或还原法，这种问题就是还原问题。

倒推问题主要分为两类：

1．单个变量的还原问题：画出顺序图，再逐步逆推回去。

2．多个变量的还原问题：列表法。

本讲巩固

1 有一个数，如果用它加上 6，然后乘以 6，再减去 6，最后除以 6，所得的商还是 6，那么这个数是_____。

2 有一个数加上 1，减去 10，乘以 2，除以 3，最后结果等于 4。问这个数是几？

3 思思看到织女在织布，她把一段五彩布第一次剪去一半，第二次又剪去余下的一半，这时还剩下 8 米，你知道这段五彩布原来长多少米吗？

4 小新在做一道加法题，由于粗心，将个位上的 5 看作 9，把十位上的 8 看作 3，结果所得的和是 123。正确的答案是多少？

5 甲、乙、丙三个小组共有图书 120 本，如果乙小组向甲小组借 20 本后，又借给丙 9 本，这时甲、乙、丙三个小组的图书本数相同。问甲、乙、丙三个小组原有图书各多少本？

第 8 讲

方阵

前铺知识 有趣的植树问题 ▶▶ 排队中的学问 ▶▶

本讲内容

1．方阵中边与层之间的关系。

2．实心方阵的应用。

3．空心方阵的应用。

本讲故事

博士用赝品金币发压岁钱，薇儿很不开心。



围棋起源于中国，春秋战国时代即有记载。隋唐时经朝鲜传入日本，流传到欧美各国。

围棋使用方形格状棋盘及黑白二色圆形棋子进行对弈，棋盘上有纵横各19条直线将棋盘分成361个交叉点，棋子走在交叉点上，双方交替行棋，落子后不能移动，以围地多者为胜。中国古代围棋由白棋先行，现代围棋由日本发展而来，黑先白后，更加复杂多变。



方阵

1.亦作"方陈"。

2.方形之军阵。古代阵法有方、圆、雁行、钩行等多种。见《孙膑兵法·十阵》。

3.数学中，指行数及列数皆相同的矩阵，即方块矩阵。

8.1 实心方阵

例 1 一个实心方阵，最外一层每边 18 人，

（1）那么整个方阵一共_____人；

（2）最外面一层有_____人；

（3）从外向内数，第 2 层每边有_____人，一共有_____人；

（4）如果考虑最外面三层，那么这三层共有_____人。

分析

方阵问题，审题要细心，分清最外层、最外边和方阵的总人数。

例 2 一个实心体操方阵，最外层有 72 人。这个体操方阵有多少人？

分析

先根据最外层的人数算出最外边的人数，然后根据实心方阵总人数 = 最外边 × 最外边，计算出方阵的总人数。

练习 1

有 225 枚棋子，摆成一个 15×15 的正方形，甲、乙两人从最外一层起，轮流取走每一层的全部棋子，直到取完为止，甲比乙多取了多少枚棋子？

例 3 如图 8-1 所示，小刚在用棋子摆好的实心方阵上又填了 17 枚棋子，使它的横竖各增加一排，成了大一点的实心方阵，求原来的实心方阵有多少枚棋子？

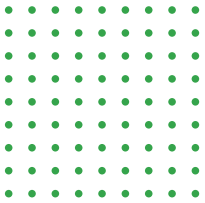


图 8-1

分析

画图分析，找规律进行计算。

8.2　空心方阵

例 4 节日来临，同学们用盆花在操场上摆了一个空心方阵花坛，最外面的一层每边摆了 12 盆花，一共 3 层，一共用去多少盆花？

分析

根据最外层每边盆花的数量，可以求出最外层盆花的数量，根据方阵的规律，层层向内，每层盆花的数量依次减少 8 盆，分别求出其他两层的数量，然后相加求出这个空心方阵盆花的总数。或者根据等差数列求和的方法，奇数层，空心方阵盆花总数 = 中间层的盆花数（第二次）× 层数。

练习2

某学校三年级同学 180 人，排成一个三层空心方阵，这个方阵最外层每边多少人？

例 5 用 64 枚棋子摆成一个两层中空方阵，如果想在外面再增加一层，问需要增加多少枚棋子？

分析

这个空心方阵只有两层，说明这两层棋子数量的和为 64 枚，相邻两层棋子数相差为 8 枚，可以转化为和差问题，求出最外层的棋子数。新加层的棋子数比现在的最外层多 8 枚棋子。

开放试题

如图 8-2，用 10 枚棋子可以摆出一个正三角形点阵，每边 4 枚棋子；用 9 枚棋子可以摆成一个正方形点阵，每边 3 枚棋子。今有一堆棋子，棋子总数小于 100，用这堆棋子既可以摆出一个正三角形点阵，也可以摆出一个正方形点阵，问这堆棋子共有多少枚？



图 8-2

笔记整理

1. 方阵问题

（1）实心方阵：①总数 = 边数 × 边数

（2）空心方阵：①奇数层：总人数 = 中间层总数 × 层数

②偶数层：总人数 =（外层 + 内层）× 层数 ÷2

③若最外层每边有 a 人，内部虚方阵每边有 b 人，则空心方阵共 a^2-b^2 人；

④总人数 =（最外层每边人数 − 层数）× 层数 ×4

2. 掌握计算层数、每层个数、总个数的方法及每层个数的变化规律

（1）每层人数 = 每边人数 ×4−4=（每边人数 −1）×4

（2）相邻两边之间相差 2

（3）相邻两层之间相差 8

本讲巩固

1 同学们参加了广播操比赛，排成每行 9 人，每列 9 人的实心方阵，问方阵中共有多少学生？

2 三年级学生排成一个实心方阵进行体操表演，最外一层的人数为 32 人，问这个方阵最外层每边有多少人？这个方阵共有三年级学生多少人？

3 在一个实心学生方阵中加入 13 人，可将原来的方阵变成一个多一行、多一列的大方阵，则原来的方阵有学生多少人？

4 晓晓爱好围棋，他用棋子在棋盘上摆了一个二层空心方阵，如图 8-3，外层每边有 14 个棋子，你知道他一共用了多少个棋子吗？

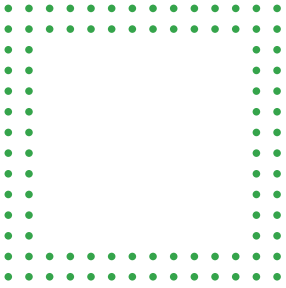


图 8-3

5 120 个棋子摆成一个三层空心方阵，最外层每边有多少个棋子？

第 9 讲

巧填算符

前铺知识　巧填算符 ▶▶ 倒推与图示 ▶▶

本讲内容

1．填写运算符号完成算式。

2．学会 24 点游戏。

本讲故事



计算24点的技巧

1.利用3×8=24、4×6=24求解。
把牌面上的四个数想办法凑成3和8、4和6，再相乘求解。如3、3、6、10可组成（10－6÷3）×3=24。这种方法是利用率最大、命中率最高的一种方法。

2.在有解的牌组中，用得最为广泛的是以下三种解法：（我们用a，b，c，d表示牌面上的四个数）
（1） $a\times b+c-d$ 如$11\times3+1-10=24$等。
（2）$(a+b)\div c\times d$ 如$(10+2)\div2\times4=24$等。
（3）$(a-b)\times c+d$ 如$(4-1)\times6+6=24$等。
游戏时，同学们不妨按照上述方法试一试。

9.1　经典方法

例 1　在下列算式中，填上 +、−、×、÷ 或（），使结果成立。

（1）4　4　4　4=1　　（5）4　4　4　4=5
（2）4　4　4　4=2　　（6）4　4　4　4=6
（3）4　4　4　4=3　　（7）4　4　4　4=7
（4）4　4　4　4=4　　（8）4　4　4　4=8

分析
本题既可以用倒推法，也可以用凑数法来解。常用凑数的方法来分析思考。凑数时要注意等式右边的结果，要有目的地凑数。

练习 1

在五个 3 之间，添上适当的运算符号 +、−、×、÷ 和（），使得下面的算式成立。

3 ◯ 3 ◯ 3 ◯ 3 ◯ 3 = 6

例 2　在八个 8 之间的适当地方，填上运算符号 +、−、×、÷，使算式成立。

8　8　8　8　8　8　8　8=1000

分析
本题所给出的算式中，数字较多，结果也较大，如果用倒推的方法，就比较繁杂，那么应如何分析思考呢？我们可以先选一个与 1000 比较接近的数，如 888，它与 1000 相差 112，这样问题就变成：只要将剩下的五个 8 经过适当的填运算符号后，得出一个等于 112 的算式就可以了。

例 3　在两个数字之间添上运算符号，使等式成立。

8　2　3=3　3

分析
首先考虑右端“3　3”，它有四种添法：3+3=6；3−3=0；3×3=9；3÷3=1 再观察左端“8　2　3”，尝试凑出和右端相等的数。

例 4 在下面算式的适当地方，添上运算符号＋、－、×、÷，使算式成立。

9　8　7　6　5　4　3　2　1 ＝ 1000

分析

凑数法，先凑出一个与 1000 接近的数，如 987。而 1000 与 987 差 13，再用剩下的数凑出 13 即可。

9.2　24 点游戏

例 5 请在 2，3，4，6 四个数之间任意填上＋、－、×、÷ 和（），并且每个数都只能用一次，使它们的结果等于 24。你能做到吗？

分析

在四个数之间填加、减、乘、除运算符号，使列出的算式结果等于 24，这种算式有很多，一般可以从结果等于 24 的一些算式中去考虑，常用的算式　有：4×6=24、3×8=24、2×12=24、24×1=24、24÷1=24、12+12=24、18+6=24、16+8=24、30−6=24 ……

练习2

请在 6，5，10，2 四个数之间任意添上 ＋、－、×、÷ 和（），并且每个数都只能用一次，使它们的结果等于 24。

开放试题

老师在批改作业时，发现小虎同学抄题时忘了括号，请你给算式填上括号，使结果仍是正确的。

5+7×8+12÷4−2=75

笔记整理

1. 倒推法：是从算式中的最后一个数字开始，由后往前，逐步求解，我们把这种方法称为倒推法。此方法的思路比较固定，但是分析起来头绪繁多，因此适合于数字比较少，结果比较小的巧填算符问题。
2. 凑数法：此方法是先凑出一个与结果比较接近的数，然后再对符号进行调整，使算式增大或减少。 常用的一些特殊凑数法：$a-a=0$,$a\div a=1$,$1\times a=a$,$0\times a=0$,$1-2-3+4=0$
3. 称象法：将相邻的几个数看成一个多位数。

本讲巩固

1 从＋、－、×、÷ 和（）中，挑选出合适的符号，添入下面的算式合适的地方，使等式成立。

6　6　6　6　6=19

2 在下面算式的适当地方，添上运算符号，使算式成立。

9　9　9　9　9　9　9=1000

3 在下式的相邻两数之间填上四则运算符号，使等式成立。

9　　2　　3=3　　3

4 在适当的地方填上“＋”，使等式成立。

1　2　3　4　5=60

5 用 3，9，9，5 四个数字，在它们之间填上 ＋、－、×、÷ 或（），使得结果等于 24。（每个数字只能用一次）

第10讲

小数的认识

前铺知识 分数初识

本讲内容

1. 小数的定义。
2. 小数大小的比较。
3. 小数点的含义和位移。
4. 小数的加减计算。

本讲故事

在博士的考验中大宽力拔头筹，薇儿和艾迪很不服气。



运算速度是衡量计算机性能的一项重要指标。通常所说的计算机运算速度是指每秒钟所能执行的指令条数，一般用“百万条指令/秒”来描述。2013年6月17日，国际TOP500组织公布最新全球超级计算机500强排行榜榜单，中国国防科学技术大学研制的“天河二号”以每秒33.86千万亿次的浮点运算速度，成为全球最快的超级计算机。



小数可分为纯小数和带小数。
纯小数：整数部分是零的小数,如0.1。
带小数：整数部分是1或1以上的小数如1.1。

10.1　小数的意义

例 1　请找出图 10-1 中的小数，并读出来。



图 10-1

分析

先读整数部分，再读小数部分，整数部分按整数的读法读，小数部分从左到右顺次读出每一位上的数字。

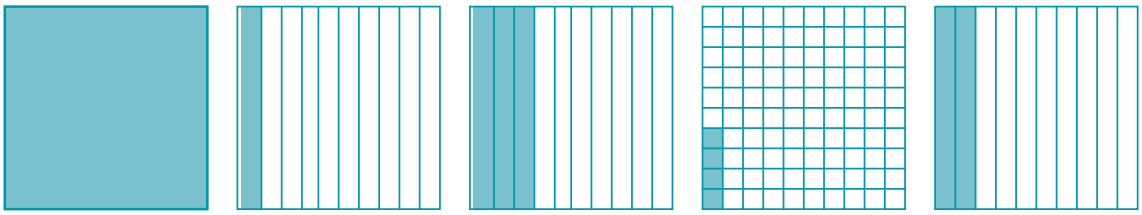
练习1

（1）0.5 读作_____

（2）1.2 读作_____

例2

看图 10–2（a）、（b）、（c）、（d）、（e）先写出分数，再写出小数。



（a）

1

（b）

$\frac{(\)}{10}=(\)$

（c）

$\frac{(\)}{10}=(\)$

（d）

$\frac{(\)}{100}=(\)$

（e）

分数（ ）

小数（ ）

图 10-2

练习2

你能在图 10-3 的□里填上小数吗？

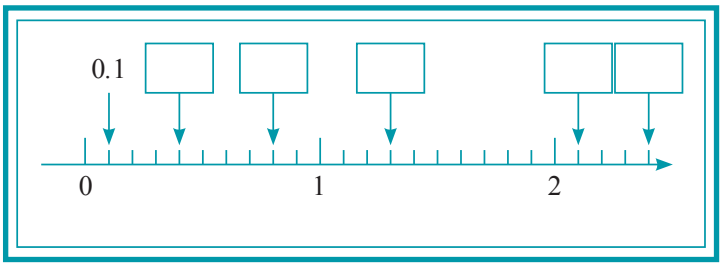


图 10-3

例3

比较大小：

0.3（ ）2.3　　1.1（ ）0.9　　3.8（ ）3

4.5（ ）5.4　　2.5（ ）2.4　　0.8 米（ ）0.9 米

1.6 元（ ）6 元 1 角

分析

先比较整数部分，再比较小数部分，整数部分按整数比较大小的方法比较，小数部分从高位向低位，顺次比较。

10.2　小数点的移动

例 4

（1）2.01356 $\xrightarrow{\times 10}$ □ $\xrightarrow{\times 10}$ □ $\xrightarrow{\times 10}$ □ $\xrightarrow{\times 10}$ □

（2）2.01356 $\xrightarrow{\times 100}$ □ $\xrightarrow{\times 100}$ □

（3）2.01356 $\xrightarrow{\times 1000}$ □ $\xrightarrow{\times 1000}$ □

（4）12345.6 $\xrightarrow{\div 10}$ □ $\xrightarrow{\div 10}$ □ $\xrightarrow{\div 10}$ □ $\xrightarrow{\div 10}$ □

（5）12345.6 $\xrightarrow{\div 100}$ □ $\xrightarrow{\div 100}$ □

（6）12345.6 $\xrightarrow{\div 1000}$ □ $\xrightarrow{\div 1000}$ □

分析

小数点向左移动，小数缩小。

小数点向左移动一位，缩小到原来的 $\frac{1}{10}$。

小数点向左移动两位，缩小到原来的 $\frac{1}{100}$。

小数点向左移动三位，缩小到原来的 $\frac{1}{1000}$。

小数点向右移动，小数扩大。

小数点向右移动一位，扩大到原来的 10 倍。

小数点向右移动两位，扩大到原来的 100 倍。

小数点向右移动三位，扩大到原来的 1000 倍。

例 5

单位换算：

（1）1 元 3 分 =（　）元　　137 角 =（　）元

17.03 元 =（　）元（　）角（　）分

（2）（　）分米 =1.5 米　　510 米 =（　）千米　　5 米 16 厘米 =（　）米

（3）0.15 千克 =（　）克　　3.001 吨 =（　）吨（　）千克

9 千克 750 克 =（　）千克

分析

1 元 =10 角；1 角 =10 分；1 千米 =1000 米；1 米 =10 分米；1 分米 =10 厘米；1 吨 =1000 千克；1 千克 =1000 克。

开放试题

请在图 10-4（a）、（b）、（c）下面（　）处填上适当数。

（1）

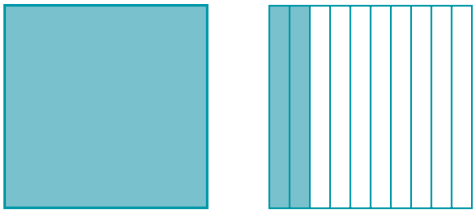


图 10-4（a）

（　　）+（　　）=（　　）

（2）

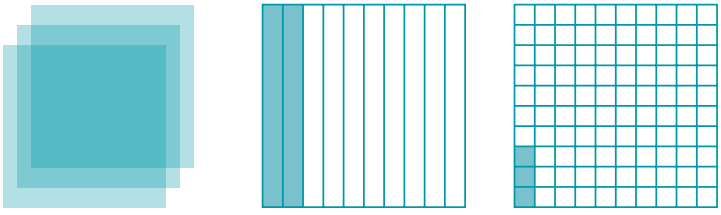


图 10-4（b）

（　　）+（　　）+（　　）=（　　）

（3）

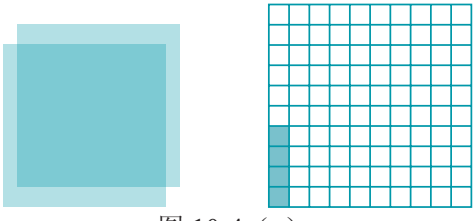


图 10-4（c）

（　　）+（　　）=（　　）

笔记整理

小数的组成：整数部分、小数点和小数部分三部分组成。小数中间的点叫作小数点，小数点左边是整数部分，右边是小数部分。

小数的读法：例如（1）3.5 读作三点五　（2）2013.27 读作两千零一十三点二七

小数的意义：我们知道，小数是十进分数的另外一种表示形式，

一位小数表示十分之几，小数点后第一位是十分位，

两位小数表示百分之几，小数点后第二位是百分位，

三位小数表示千分之几，小数点后第三位是千分位。

笔记整理（续表）

数位顺序表

	整数部分				小数点	小数部分			
数位	……	百位	十位	个位		十分位	百分位	千分位	……
计数单位	……	百	十	一（个）	·	十分之一	百分之一	千分之一	……

小数比较大小：先比较整数部分，再比较十分位，然后百分位，以此类推，小数点后从左到右依次比较。

小数点的位移：1. 小数点向左移动，小数缩小。小数点向左移动一位，缩小到原来的$\frac{1}{10}$；小数点向左移动两位，缩小到原来的$\frac{1}{100}$；小数点向左移动三位，缩小到原来的$\frac{1}{1000}$。

2. 小数点向右移动，小数扩大。小数点向右移动一位，扩大到原来的 10 倍。小数点向右移动两位，扩大到原来的 100 倍。小数点向右移动三位，扩大到原来的 1000 倍。

小数的加减法：小数点对齐，对位相加减。

本讲巩固

1 看图 10-5（a）、（b）先写出分数，再写出小数

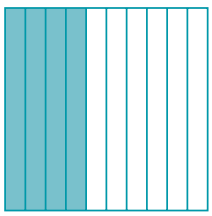


图 10-5（a）

分数（　）小数（　）

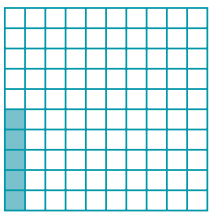


图 10-5（b）

分数（　）小数（　）

2 你能在图 10-6 □里填上小数吗？

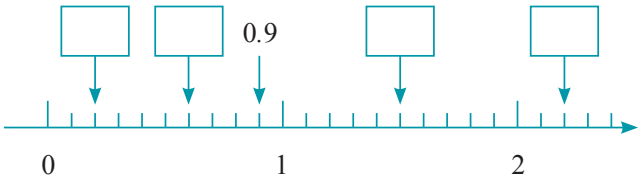


图 10-6

3 请比较下面每组小数的大小。在○里填入相应的“＞”，“＜”或“＝”

（1）7.9 ○ 8.2　　（2）1.374 ○ 1.3　　（3）6.35 米 ○ 6.53 米

4 在下面□中填上适当的数。

（1）9.87654 $\xrightarrow{\times 10}$ □ $\xrightarrow{\times 100}$ □ $\xrightarrow{\times 1000}$ □

（2）658741.2 $\xrightarrow{\div 10}$ □ $\xrightarrow{\div 100}$ □ $\xrightarrow{\div 1000}$ □

5 单位换算：

（1）5 元 9 角 8 分 =（　　）元　　10.09 元 =（　　）元（　　）角（　　）分

（2）5 千克 700 克 =（　　）千克　　2.78 吨 =（　　）吨（　　）千克

（3）5 米 6 分米 =（　　）分米　　4.2 米 =（　　）米（　　）厘米

第11讲

平行四边形与梯形

前铺知识　巧求周长 ▶▶ 长方形与正方形 ▶▶

本讲内容

1．平行四边形的定义，画高，求面积。

2．梯形的定义，画高，求面积。

本讲故事

大宽正在把一堆小木棍钉成平行四边形、长方形、正方形、梯形……



11.1 认识平行四边形、梯形和高

例 1 图 11-1 中的图形大家认识吗？它们都分别叫作什么图形？请说出平行四边形和梯形都有哪些性质？

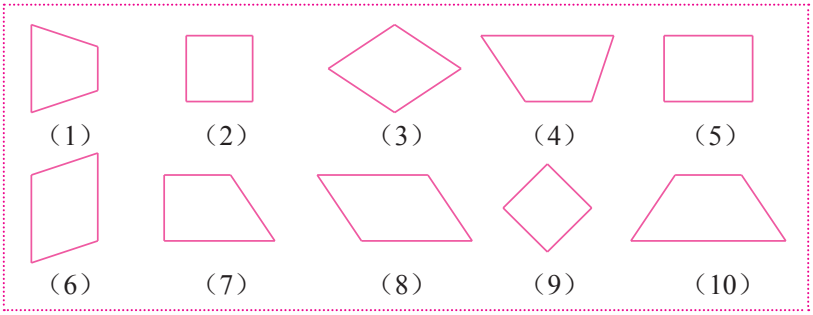


图 11-1

分析

平行四边形性质：两组对边平行且相等，对角线相互平分。

梯形性质：一组对边平行，另一组对边不平行。

例 2 （1）请在图 11-2 中画出点 *A* 到点 *C* 的距离；点 *A* 到线段 *CD* 的距离；

（2）请在图 11-3 中画出平行四边形 *ABCD* 的高；

（3）请在图 11-4 中画出梯形 *EFGH* 的高。



图 11-2

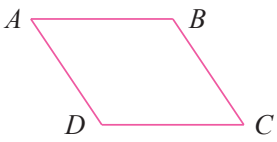


图 11-3

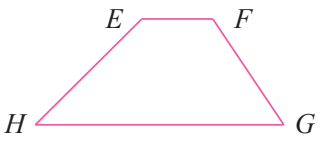


图 11-4

练习1

试一试，你能在图 11-5（a）、（b）、（c）中画几种不同的高？

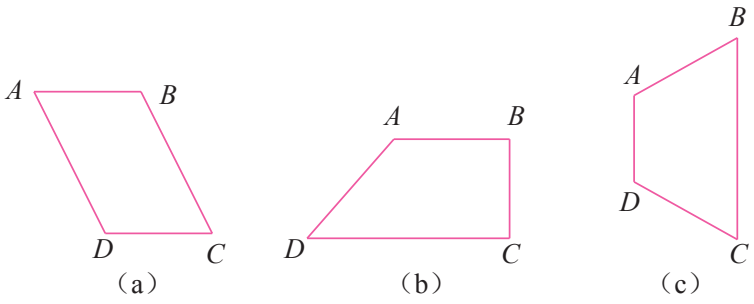


图 11-5

分析

平行四边形可以画出两种不同的高，以 *DC* 为底可以画出一种高，以 *AD* 为底可以画出另一种高，这两种高是不平行的。梯形只能画出一种高，再画出的任意高都会与这条高平行。

11.2　平行四边形

例 3　（1）如图 11-6，已知每个小正方形的面积都是 1 平方厘米，请你根据图来计算图中长方形和平行四边形的面积，能否总结出平行四边形的面积公式？

（2）如图 11-7，已知 *AB*=5 厘米，*AE*=3 厘米，求平行四边形 *ABCD* 的面积。

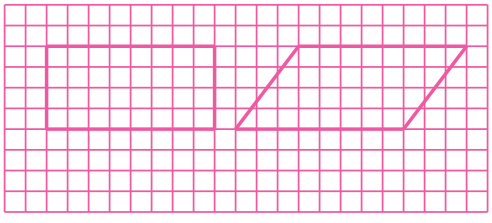


图 11-6

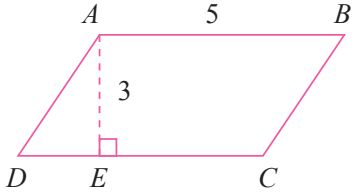


图 11-7

分析

将平行四边形进行割补，把左边割掉的直角三角形移动到右边，则平行四边形变成了一个长方形，这个长方形的长等于平行四边形的底。

例 4 图 11-8 阴影部分的面积为多少？

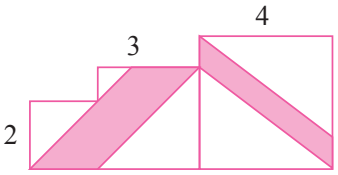


图 11-8

11.3 梯形

例 5 （1）如图 11-9 所示，已知每个小正方形的面积都是 1 平方厘米，请你根据图来计算图中梯形的面积。

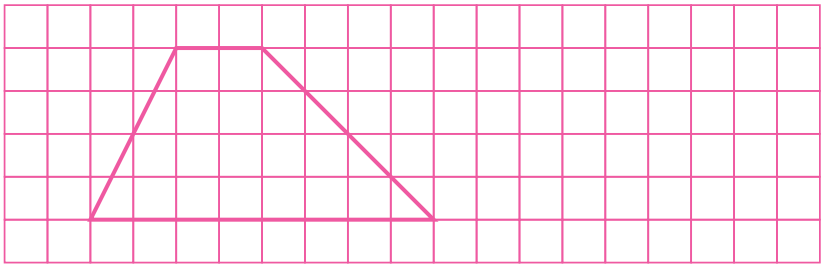


图 11-9

（2）如图 11-10，已知梯形 *ABCD* 的上底 *AB*=8 厘米，下底 *CD*=10 厘米，*EF* 垂直 *CD* 于点 *F*，*EF*=6 厘米，求梯形 *ABCD* 的面积。

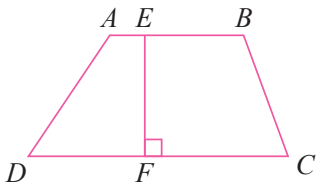


图 11-10

练习2

如图 11-11，已知梯形 *ABCD* 的面积为 50 平方厘米，高 *AE* 的长度为 5 厘米，线段 *CD* 比 *AB* 长 4 厘米。请分别求出 *AB* 和 *CD* 的长度。

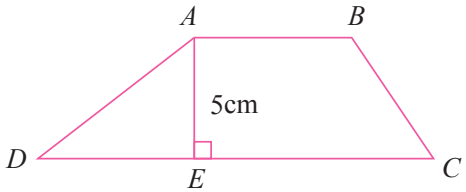


图 11-11

开放试题

如图 11-12，一张长方形纸片，长 7 厘米，宽 5 厘米。把它的右上角往下折叠，再把左下角往上折叠，阴影部分的面积是多少平方厘米？

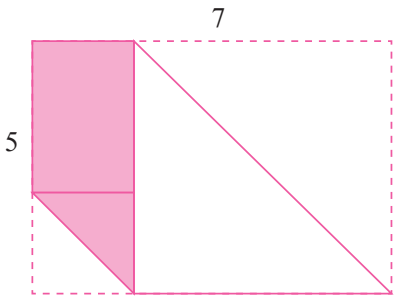


图 11-12

笔记整理

1．定义

（1）平行四边形：有两组对边分别平行的四边形。

（2）梯形：只有一组对边平行的四边形。

2．公式

（1）平行四边形的面积公式：底 × 对应高

（2）梯形的面积公式：（上底 + 下底）× 高 ÷2

3．性质

（1）平行四边形性质：

①对边平行且相等。②两条对角线互相平分。

（2）梯形的性质：

① 等腰梯形的两条腰相等。

② 等腰梯形的两条对角线相等。

③ 直角梯形有两个角是直角。

本讲巩固

1 如图 11-13，画出下列各图形给定底边上的高。

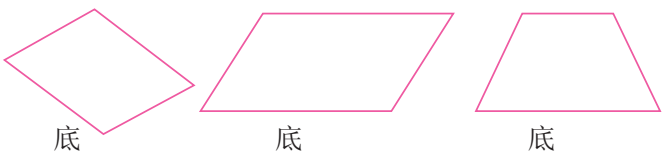


图 11-13

2 如图 11-14，在平行四边形 *ABCD* 中 *BC*=12 厘米，*AE* 垂直 *BC* 于点 *E*，*AF* 垂直 *CD* 于点 *F*，*AE*=6 厘米，*CD*=9 厘米。请问：平行四边形 *ABCD* 的面积是多少平方厘米？

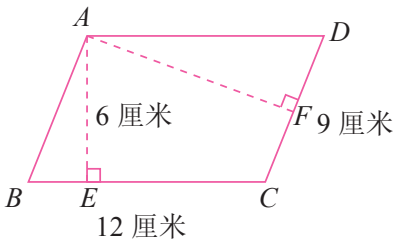


图 11-14

3 如图 11-15，已知平行四边形 *ABCD* 的面积是 32 平方厘米，*CD*=8 厘米，请问：*AE* 等于多少？

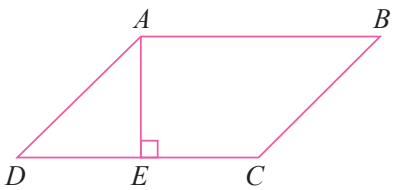


图 11-15

4 图 11-16 中每个格子（小正方形）的边长是 2 厘米。梯形面积为_____平方厘米。

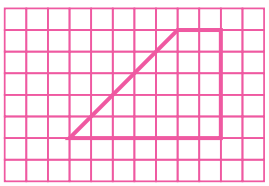


图 11-16

5 如图 11-17，大正方形的边长是 8 厘米，小正方形的边长是 6 厘米。请问：图中的阴影图形面积是多少平方厘米？



图 11-17

第12讲 年龄问题

前铺知识　猜猜他几岁 ▶▶ 和差倍问题 ▶▶

本讲内容

1．和差倍型年龄问题。

2．增减型年龄问题。

本讲故事



与年龄相关的称谓：

12岁（女）—— 金钗之年
13—14岁（女）—— 豆蔻年华
13—15岁—— 舞勺之年
15岁（女）—— 及笄之年
15岁(男) —— 志学之年，束发
16岁（女）—— 碧玉年华
15—20岁 —— 舞象之年
20岁（女）—— 桃李年华
24岁（女）—— 花蓓（信）年华



12.1 和差倍型年龄问题

例 1 哥哥和弟弟的年龄和是 36 岁，又知哥哥的年龄是弟弟年龄的 2 倍，那么哥哥和弟弟的年龄分别是多少岁呢？

分析
如果把弟弟的年龄看成 1 份量，那么哥哥的年龄就是 2 份量，年龄和就是 3 份量，可以先求出 1 份量。

练习 1

小明与爸爸的年龄和是 52 岁，小明年龄的 4 倍比爸爸的年龄小 2 岁，小明与爸爸的年龄相差几岁？

分析
把小明的年龄看成是 1 份，那么爸爸的年龄是 4 份多 2，根据和倍关系求解。

例 2 今年小宁 9 岁，妈妈 33 岁，那么再过多少年小宁的岁数是妈妈岁数的一半？

分析
年龄差不变，根据年龄差和倍数关系求解。

例 3 东东 3 年前的年龄与西西 4 年后的年龄之和是 25 岁，东东 3 年后的年龄等于西西 1 年前的年龄，求东东、西西今年的年龄各是多少？

分析
东东 3 年后的年龄等于西西 1 年前的年龄，说明东东比西西小 4 岁；东东 3 年前的年龄与西西 4 年后的年龄之和是 25 岁，可求出东东与西西今年的年龄和，转化为和差问题求解。

12.2　增减变化型年龄问题

例 4 甲对乙说：“当我的岁数是你现在的岁数时，你才 5 岁。”乙对甲说：“当我的岁数是你现在的岁数时，你将 50 岁。”请问，甲、乙现在各多少岁？

分析
当甲是乙的岁数时，相当于甲、乙同时减少一个年龄差；当乙是甲的岁数时，相当于甲、乙同时增加一个年龄差，因此 5 与 50 之间相当于 3 个年龄差。

例 5 10 年前父亲的年龄是儿子的 7 倍，15 年后父亲的年龄是儿子的 2 倍，问现在父子的年龄各是多少？

练习2

今年父亲的年龄是儿子的 5 倍，15 年后，父亲的年龄是儿子年龄的 2 倍，问：现在父子的年龄各是多少岁？

开放试题

今年彬彬的年龄是表弟年龄的 4 倍，20 年后，彬彬的年龄比表弟的年龄的 2 倍少 12 岁，请问，今年彬彬、表弟各多少岁？

笔记整理

1. 一个原则——年龄差不变。
 和差倍份四个要素，“差”在年龄问题里最重要，我们就是根据年龄差不变原则，将其转化为基本的和差倍（份）问题。
2. 一个特点——年龄倍数在变。
 随着时间推移，大年龄与小年龄之间的倍数不断地变化。
3. 两项注意：
 （1）注意年龄差不变是有条件的——即“人不变”。
 （2）注意搞清楚已知条件和问题所问的时间差异——主要涉及几年前、今年、几年后三个时间段。

因此在求解的时候必须搞清楚时间的对应，这是考试时常见的易错点。

4. 一个重要工具——线段图、数轴。有时，我们要用到“线段重组”的技巧。（主要针对“变倍”问题）

本讲巩固

1 一家三口人，三人年龄之和是 72 岁，妈妈和爸爸同岁，妈妈的年龄是孩子的 4 倍，三人各是多少岁？

2 父亲今年 44 岁，儿子今年 16 岁，当父亲的年龄是儿子的 8 倍时，父子的年龄和是多少岁？

3 小晴 2 年前的年龄与小晶 1 年后的年龄相等，小晴 3 年前与小晶 2 年后的年龄和为 20 岁，则小晴、小晶今年各多少岁？

4 小鲸鱼说：“妈妈，我长到您现在这么大时，您就 43 岁啦！”鲸鱼妈妈说：“我像你这么大时，你只有 1 岁。”求小鲸鱼和妈妈现在多少岁？

5 今年，小明的年龄等于他父母的年龄差；4 年后，小明的年龄等于他父母年龄差的 3 倍。今年小明多少岁？

第13讲

带余除法初步

前铺知识　有余数的除法 ▶▶ 周期问题 ▶▶

本讲内容

1. 复习余数的定义，被除数、除数、商、余数四者的关系。
2. 将有余数的除法变为整除问题，再变为倍数问题。
3. 从倍数谈起，简单认识数论。

本讲故事





带余除法定理：对任意整数a，b且$b\neq 0$，存在唯一的数对q，r，使$a=bq+r$，其中$0\leq r<|b|$。

余数的可加性、可减性、可乘性与可乘方性。如：a与b的差除以c的余数，等于a，b分别除以c的余数之差。（或差加除数再除以c的余数）

13.1　被除数、除数、商和余数

例 1　46 除以一个一位数，余数是 1。求出符合条件的一位数。

分析
根据题意，列出被除数、除数、商、余数的表达式，根据除数和余数的关系有序枚举所有情况。

例 2　用一个自然数去除另一个自然数，商为 7。被除数、除数的和是 48，求这两个自然数各是多少？

分析
根据题意，列出被除数、除数、商、余数的表达式，用和倍关系求解。

练习 1

两数相除，商 4 余 8，被除数、除数两数之和等于 73，则被除数是_____。

例 3　78 除以一个数得到的商是 8，并且除数与余数的差是 3，求除数和余数。

练习 2

128 除以一个数得到的商是 9，并且除数与余数的差是 2，求除数和余数。

13.2 余数的性质

例 4

（1）25÷6=4……1；34÷6=5……4，那么 (25+34)÷6=（　）……（　）
（2）45÷7=6……3；26÷7=3……5，那么 (45+26)÷7=（　）……（　）
（3）a÷8……5；b÷8……6，那么 (a+b)÷8……（　）
（4）a÷8……5；b÷8……6；c÷8……7，那么 (a+b+c)÷8……（　）

分析
根据除法的意义，画图分析，找规律。可发现：a 与 b 的和除以 c 的余数，等于 a，b 分别除以 c 的余数之和（或这个和除以 c 的余数）。

例 5

（1）82÷6=13……4；50÷6=8……2，那么 (82−50)÷6=（　）……（　）
（2）74÷6=12……2；22÷6=3……4，那么 (74−22)÷6=（　）……（　）
（3）a÷6 余 5，b÷6 余 1，那么 (a−b)÷6 余几呢？
（4）a÷6 余 3，b÷6 余 5，那么 (a−b)÷6 余几呢？

分析
根据除法的意义，画图分析，找规律。可发现：a 与 b 的差除以 c 的余数，等于 a，b 分别除以 c 的余数之差（或差加除数再除以 c 的余数）。

开放试题

商店里有六箱货物，分别重 15，16，18，19，20，31 千克，两个顾客买走了其中的五箱。已知一个顾客买的货物重量是另一个顾客的 2 倍，那么商店剩下的一箱货物重量是_____千克。

笔记整理

1．余数的定义

一般地，如果 a 是整数，b 是整数（$b \neq 0$），若有 $a÷b=q……r$，或者 $a=b×q+r$，$0 \leqslant r<b$；

当 $r=0$ 时，我们称 a 能被 b 整除；

当 $r\neq0$ 时，我们称 a 不能被 b 整除，r 为 a 除以 b 的余数，q 为 a 除以 b 的商。

2．余数的性质

（1）被除数 = 除数 × 商 + 余数；除数 =（被除数 − 余数）÷ 商；商 =（被除数 − 余数）÷ 除数；

（2）余数小于除数。

（3）a 与 b 的差除以 c 的余数，等于 a，b 分别除以 c 的余数之差（或差加除数再除以 c 的余数）

例如：8÷3=2……2，4÷3=1……1，这样 (8−4)÷3 的余数就等于 (2−1)÷3 的余数。

注意：当余数不够减时，要再加上一次除数即可。

例如：8÷3=2……2，13÷3=4……1，这样 (13−8)÷3 的余数就等于 (3+1−2)÷3 的余数。

（4）a 与 b 的和除以 c 的余数，等于 a，b 分别除以 c 的余数之和（或这个和除以 c 的余数）。

例如：23，16 除以 5 的余数分别是 3 和 1，所以 (23+16) 除以 5 的余数等于 3+1=4。

注意：当余数之和大于除数时，所求余数等于余数之和再除以 c 的余数。

例如：23，19 除以 5 的余数分别是 3 和 4，所以 (23+19) 除以 5 的余数等于 (3+4) 除以 5 的余数。

本讲巩固

1 用一个自然数去除另一个自然数，商为 5。被除数、除数的和是 36，求这两个自然数各是多少？

2 用一个自然数去除另一个自然数，商为 8，余数是 3。被除数、除数的和是 48，求这两个自然数各是多少？

3 43 除以一个数得到的商是 8，并且除数与余数的差是 2，求除数和余数。

4 50 除以一个一位数，余数是 2。求出符合条件的一位数。

5 请在下列括号中填上适当的数。

（1）$a\div 8\cdots\cdots 6$；$b\div 8\cdots\cdots 7$，那么 $(a+b)\div 8\cdots\cdots$（　）

（2）$a\div 10\cdots\cdots 5$；$b\div 10\cdots\cdots 6$；$c\div 10\cdots\cdots 7$，那么 $(2a+b+c)\div 10\cdots\cdots$（　）

第14讲 简单统计

前铺知识 统计初步 ▶▶ 合理安排 ▶▶

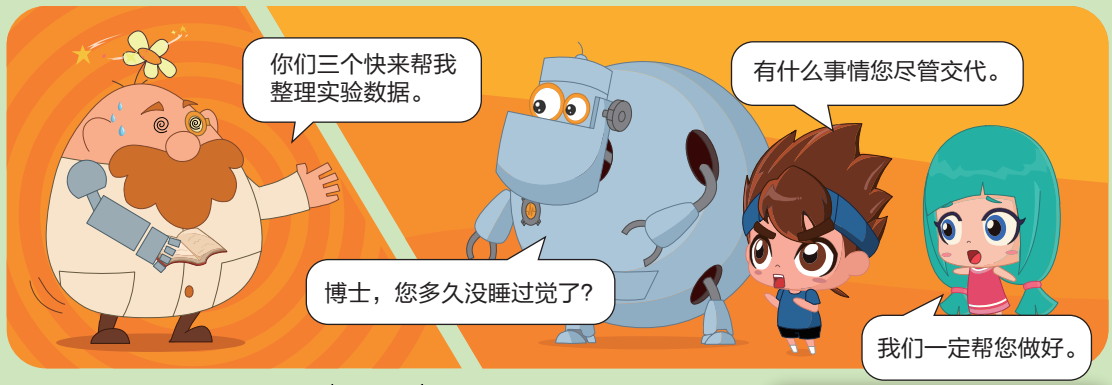
本讲内容

1．认识统计表和统计图的基本形式。

2．会分析统计图并说明问题。

3．会画简单统计表和统计图。

本讲故事





统计图的基本类型:
1．条形图：又称直条图，表示独立指标在不同阶段的情况，有两维或多维，图例位于右上方。
2．百分条形图和圆形图：描述百分比（构成比）的大小，用颜色或各种图形将不同比例表达出来。
3．散点图：描述两种现象的相关关系。

14.1 统计表

例 1 2003 ～ 2007 年五年来，某校图书拥有量统计表如表 14-1：

表 14-1

统计年份	2003	2004	2005	2006	2007
图书册数	14600	15080	16930	18665	21760

根据统计表，2004 年该校图书有多少册，从 2003 年到 2007 年该校图书增加了多少册。

例 2 （1）表 14-2 是红星小学三（一）班同学所喜爱的电视节目调查统计表。

表 14-2

新闻节目				体育节目			
性别	合计	男生	女生	性别	合计	男生	女生
人数	17	9	8	人数	15	11	4
电视剧				其他			
性别	合计	男生	女生	性别	合计	男生	女生
人数	20	8	12	人数	24	12	12

请你根据上面的统计表，把有关的数据填写在表 14-3 中。

红星小学三（一）班同学所喜爱的电视节目统计表：

表 14-3

性别 / 栏目	合计	男生	女生
总计			
新闻节目			
体育节目			
电视剧			
其他			

从上面的统计表中你可以得到哪些信息？

14.2　条形统计图和折线统计图

例 3　图 14-1 是某校五年级学生爱吃的蔬菜统计图。

（1）根据这个统计图你能提出哪些问题？

（2）看了统计图，你从中了解了哪些信息？

（3）知道了这些信息后你有哪些建议？

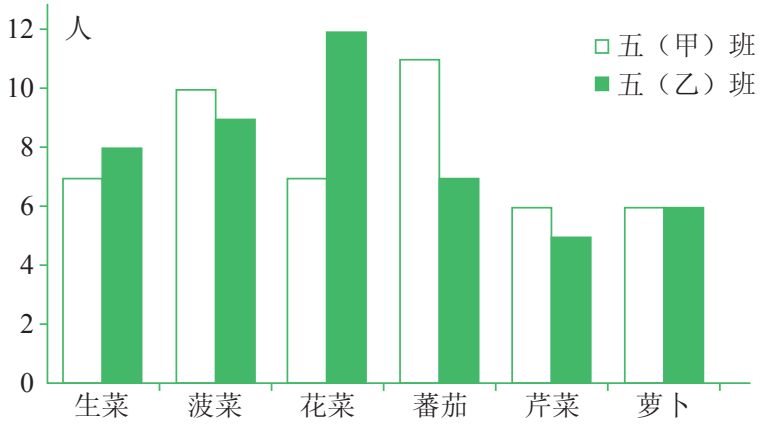


图 14-1

练习 1

如图 14-2 是小华 4 次测验成绩的示意图，其中 78 是前四次测验的平均分，那么第 5 次测验至少得多少分才能使平均分提高 4 分？请画出第 5 次测验成绩的线条和 5 次测验平均分的分数线。

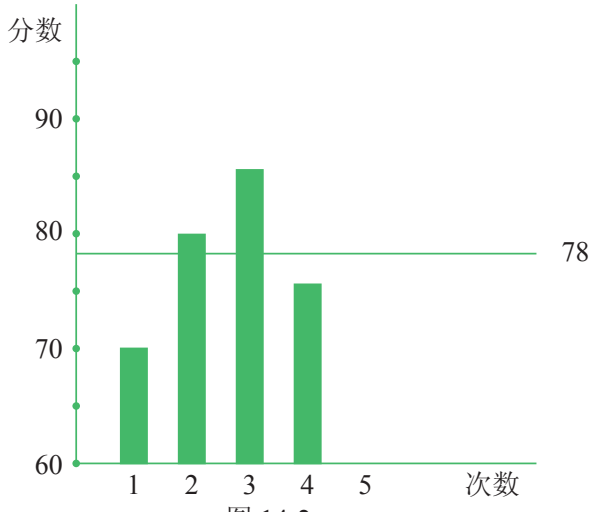


图 14-2

例 4

根据统计表完成统计图。

表 14-4 为兴农科技站 2002 ～ 2004 年的油菜和棉花试验田产量统计表。

表 14-4

年份 / 品种	2002 年	2003 年	2004 年
油菜	1250	1560	1500
棉花	700	800	900

图 14-3 为兴农科技站 2002 ～ 2004 年的油菜和棉花试验田产量统计图。

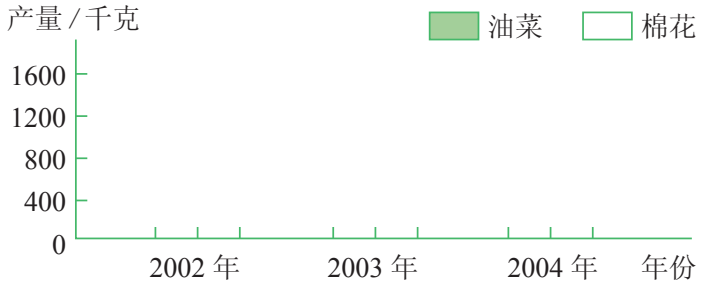


图 14-3

例 5

图 14-4 是一个复式的折线统计图，表示甲，乙两个商场月销售额的情况，请根据此图，回答下列问题：

（1）你认为季节的变化对销售额是否有影响？

（2）乙商场在 3，4 月份搞了一次促销活动，你认为促销活动有无作用？它能否从根本上改善商场的经营状况？

（3）求出两个商场的月平均销售额。

（4）你认为哪个商场销售的情况较好？为什么？

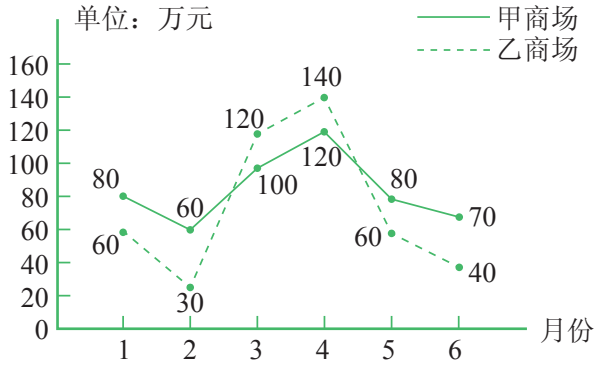


图 14-4

练习2

图 14-5 是某地 2004 年的月平均气温变化情况统计图。

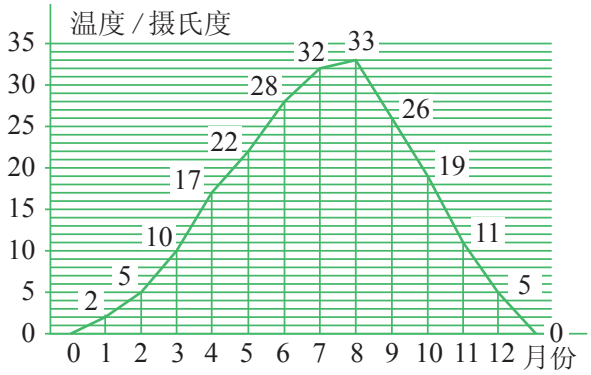


图 14-5

（1）哪个月的平均气温最高？哪个月的平均气温最低？

（2）哪两个月之间的平均气温上升得最快？哪两个月之间的平均气温下降得最快？

（3）你还能提出什么数学问题？

开放试题

（第十五届华杯赛决赛试题）某中学新建游泳池开启使用，先用一天时间匀速将空游泳池注满水，经两天的处理后同速将水放光；然后开始同速注水，注到一半时，将注水速度加倍直到注满。请在图 14-6 中用图表示游泳池中水量随时间的变化关系。

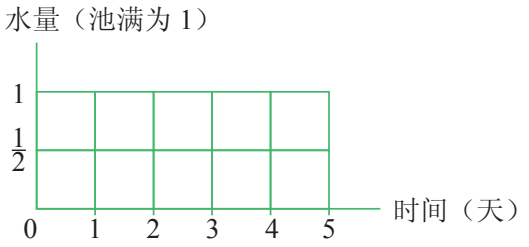


图 14-6

笔记整理

1. 常见的统计表有单式统计表和复式统计表。单式统计表一般统计一项内容；复式统计表一般统计多于一项内容，它们都是用表格来表示统计内容。
2. 常见的统计图有条形统计图和折线统计图。
3. 条形统计图的最大优点是可以直接看出数量的多少。
4. 折线统计图的最大优点是可以直接看出变化趋势。条形统计图和折线统计图都能表示数量的多少，折线统计图还能表示变化趋势。

本讲巩固

1 请将表 14-5（a）、（b）、（c）、（d）四个单式统计表合成一个复式统计表。

表 14-5（a）　数学小组

性别	合计	男生	女
人数	22	14	8

表 14-5（b）　生物小组

性别	合计	男生	女
人数	15	7	8

表 14-5（c）　航模小组

性别	合计	男生	女
人数	17	13	4

表 14-5（d）　美术小组

性别	合计	男生	女
人数	24	12	12

2 将表 14-6 补充完整。

表 14-6　某连锁店 2009 年第四季度营业额统计表

月份 / 分店	合计	10 月	11 月	12 月
合计	126		42	
永红分店		20		26
胜利分店		16	18	

3 根据图 14-7 显示的前进汽车厂去年 1 ～ 6 月汽车产量，解答问题。

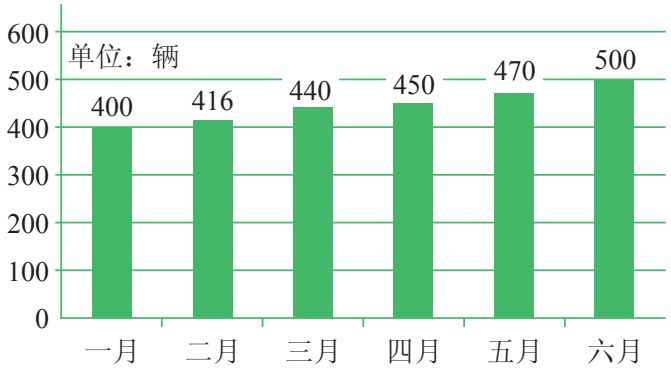


图 14-7

（1）平均每个月制造汽车多少辆？

（2）6 月份制造的汽车比 1 月份增长多少？

（3）第一季度制造的汽车比第二季度少多少辆？

4 完成统计表和条形统计图。

某路口 5 分钟内各种机动车辆通行情况如下：

小汽车：65 辆；　大客车：44 辆；　载重车：25 辆；　摩托车：13 辆。

（1）请根据上述信息，制作统计表。

（2）完成统计图 14-8。

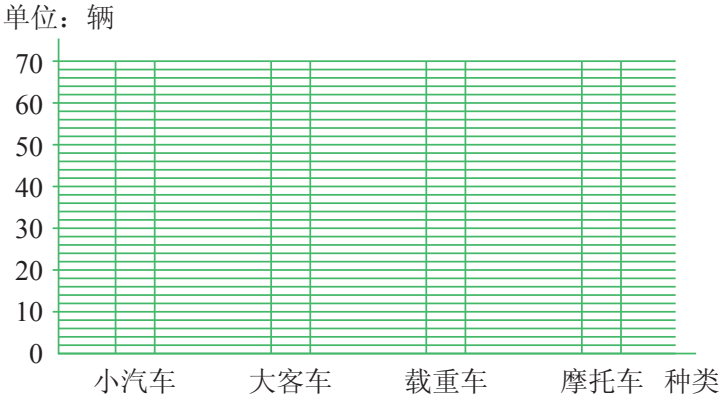


图 14-8

（3）看图回答问题：

A. 图中每格代表（　　）辆车；

B. 小汽车辆数是摩托车辆数的（　　）倍；

C. 从表格和统计图你还能发现什么信息？

5 （2006 年第四届希望杯四年级初试试题）　如图 14-9 是小华五次数学测验成绩的统计图。小华五次测验的平均分是_____分。

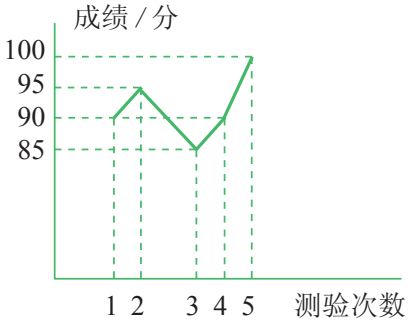


图 14-9

第15讲

点线排布

前铺知识 趣题巧解 ▶▶ 有趣的植树问题 ▶▶

本讲内容

1. 掌握线线关系：平行、相交。同一平面上两条直线不平行，一定有交点。
2. 了解影响直线交点个数的两个因素：平行、多线共点。
3. 了解影响点确定直线条数的因素：多点共线。
4. 会用局部调整的方法做简单的几何图形构造。

本讲故事



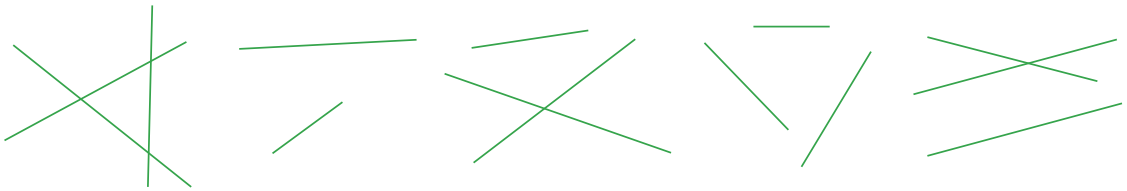
艾迪、薇儿和大宽为了成为X别动队的正式成员，参加了X别动队的选拔考试！第一个阶段考验个人能力，薇儿发挥出色，排在所有队员的第1名，艾迪排在第13名，大宽是第18名。接下来所有队员将要来到巴西，他们将在热带雨林接受第二个阶段的考验。



亚马孙热带雨林（Amazon Rain Forest）位于南美洲的亚马孙盆地，占地面积约为700万平方千米。亚马孙热带雨林占据了世界雨林面积的50%，森林面积的20%，是全球最大且物种最多的热带雨林。蕴藏着世界最丰富最多样的生物资源，昆虫、植物、鸟类及其他生物种类多达数百万种，其中许多种类至今尚无记载。

15.1　点、线位置关系

例 1　想想看，图 15-1（a）、（b）、（c）、（d）、（e）中这些直线有几个交点？把交点画出来。



（a）　（b）　（c）　（d）　（e）

图 15-1

分析

两条直线如果不平行，则必然相交。如果重叠，则算作 1 条直线。

例 2　同一平面上的 3 条直线可以有几个交点？试着画出来。

分析

“从交点数找构型”远比“从构型找交点数”复杂。在这道题里面，不是按照交点个数从少到多来分类，而是按照线线关系从特殊到一般来分类。交点个数只是线线关系不同的一个结果，并非原因。

练习 1

同一平面上的两条直线可以有几个交点？试着画出来。

例 3 （1）同一平面上的 2 条直线最多可以有几个交点？每条线上有几个点呢？
（2）同一平面上的 3 条直线最多可以有几个交点？每条线上有几个点呢？
（3）同一平面上的 4 条直线最多可以有几个交点？每条线上有几个点呢？
（4）同一平面上的 5 条直线最多可以有几个交点？每条线上有几个点呢？每个点上几条线呢？
（5）同一平面上的 n 条直线最多可以有几个交点？每条线上有几个点呢？（选做）

分析
方法一：递归方法。让每条直线都穿过尽量多的点。第一条直线 0 个交点；第二条直线和第一条直线 1 个交点；第三条直线和前两条直线有 2 个交点，依次画图列表，找规律。
方法二：n 条直线，每条直线都与其余 $n-1$ 条直线有交点，因此 n 条直线共有 $(n-1)\times n$ 个交点，每个交点由两条直线共用。

练习2

6 条直线最多有几个交点？

15.2 几何图形构造

例 4 能否在图 15-2 中添加一条直线，使图中有 7 个交点。

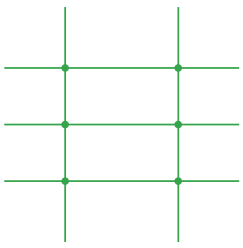


图 15-2

分析
思考一下一条线需要和之前的几条线产生交点。利用共点和平行构造。

例 5　图 15-3 中共 6 条直线 11 个交点，去掉 1 条直线，则交点个数可能剩几个？

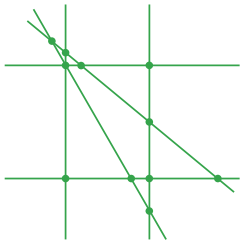


图 15-3

分析

在同一条直线上的点的个数可能为 5 个，4 个，3 个，2 个，注意这里说的点的个数仅包括两条直线的交点，而不包括三条或三条直线以上的交点。

开放试题

图 15-4 是一个 7 点 6 线，每线 3 点图。请再加 2 点，变成一个 9 点 9 线，每线 3 点图。

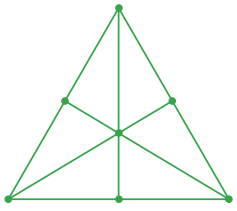


图 15-4

笔记整理

1．直线和点。

（1）直线是可以向两边无限延长的。

（2）点是没有大小的。

2．由线确定点。

（1）递归方法。让每条直线都穿过尽量多的点。第一条直线 0 个交点；第二条直线和第一条直线 1 个交点；第三条直线和前两条直线有 2 个交点……因此① 2 条直线有 1 个交点，每条线上有 1 个点。② 3 条直线有 1+2=3（个）交点，每条线上有 2 个点。③ 4 条直线有 1+2+3=6（个）交点，每条线上有 3 个点。④ 5 条直线有 1+2+3+4=10（个）交点，每条线上有 4 个点。⑤ n 条直线有 $1+2+3+\cdots+(n-1)=n\times(n-1)\div 2$ 个交点，每条线上有 $n-1$ 个点。

（2）两条直线如果不平行，则必然相交。忽略两条直线重合的情况。

3．由点确定线。

（1）经过一点可以有无数条直线。

（2）经过两点可以确定一条直线。

4．通过点线关系利用局部调整法解决问题。

本讲巩固

1 图 15-5 中这些直线有几个交点？把交点画出来。

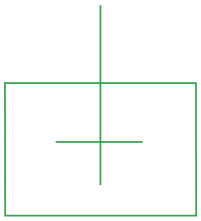


图 15-5

2 同一平面上的 10 条直线，最多可以有几个交点？

3 在图 15-6 中再加入一条直线，使得图上共有 3，4，5，6 个交点。

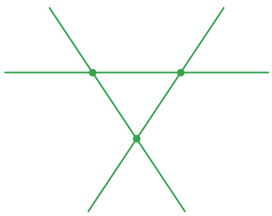


图 15-6

4 在图 15-7（a）、（b）中再加入一条直线，使得图上共有 9 个交点。



（a）　（b）

图 15-7

5 图 15-8 中共 5 条直线 7 个交点，去掉 1 条直线，使交点个数为 3 个、4 个。

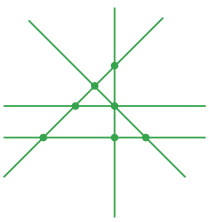


图 15-8

第16讲 等差数列初步

前铺知识 数列规律 ▶▶ 有趣的植树问题 ▶▶

本讲内容

1．认识等差数列中涉及的基本概念。

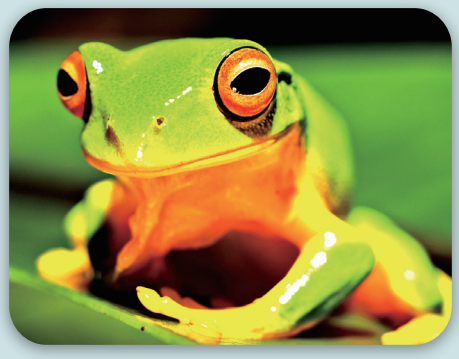
2．理解等差数列中公式的推导。

3．灵活运用等差数列公式解决问题。

本讲故事

艾迪、薇儿和大宽来到热带雨林参加第二阶段的选拔考试，每个小组都要完成手册中的任务并按时到达手册中指定的终点，考核才算完成。正当他们三人仔细研究如何打开手册时……





红眼树蛙（学名Agalychnis callidryas），树蛙的一种，属于有袋蛙。生活在哥斯达黎加、中美洲和南美洲的热带雨林中，是一种非常罕见的蛙。

位于巴西的艾米利奥·格尔蒂博物馆21日宣布，在过去4年里，其研究人员在亚马孙热带雨林发现了169个新物种，其中包括155种动物和14种植物。在这些新发现的动物中，以蛛形纲动物最多，共112种。此外，还包括鱼类、鸟类、两栖及爬行动物。

16.1 等差数列通项公式与项数公式

例 1 （1）等差数列 7,8,9,10,…， 第 12 项是_____。
（2）等差数列 2,5,8,11,14…，第 21 项是_____。

分析
通项公式：$a_n=a_1+(n-1)\times d$。

例 2 （1）等差数列 1,4,7,10,…，其中 70 是这个数列的第_____项。
（2）等差数列 4,8,12,16,…，其中 96 是这个数列的第_____项。

分析
项数公式：$n=(a_n-a_1)\div d+1$。

练习 1

体育课上，老师指挥大家排成一排，莫莫站排头，小高站排尾，从排头到排尾依次报数。（1）如果莫莫报 3，小高报 25，每位同学报的数都比前一位多 2，那么队伍里一共有多少人？（2）如果莫莫报 17，小高报 150，每位同学报的数都比前一位多 7，那么队伍里一共有多少人？

16.2 等差数列求和

例 3 等差数列求和：
（1）3+4+5+6+…+76+77+78=
（2）1+3+5+7+…+87+99=
（3）4+7+10+13+…+40+43+46=

分析
先求项数，然后根据等差数列求和公式 $S_n=(a_1+a_n)\times n\div 2$ 或“和 = 中间项 × 项数”进行计算。

练习2

等差数列求和：
37+34+31+…+7+4+1

例 4 等差数列计算：
（1）43+45+47+49+51+53+55
（2）303+307+311+315+319+323
（3）5+10+15+…+105

分析
根据等差数列中项公式求和或根据等差数列求和公式求和。

例 5 一个五层书架共放了 555 本书，上层书比下层少 5 本。问：最上层放几本书？

分析
根据等差数列中项公式求解。

开放试题

下列数阵中有 100 个数，它们的和是多少？

11	12	13	…	19	20
12	13	14	…	20	21
13	14	15	…	21	22
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	21	22	…	28	29

笔记整理

基本公式

1. 通项公式：$a_n=a_1+(n-1)\times d$
2. 项数公式：$n=(a_n-a_1)\div d+1$
3. 公差：$d=(a_n-a_1)\div(n-1)$
4. 数列求和公式：$S_n=(a_1+a_n)\times n\div 2$ 或“和 = 中间项 × 项数”

本讲巩固

1 等差数列 1,4,7,10,13,……第 10 个项是多少？

2 等差数列：2,5,8,11,14,……其中 47 是这个数列的第_____项。

3 等差数列计算：4+8+12+…+28+32+36=_____。

4 等差数列计算：105+107+109+111+113+115+117

5 有五个滑轮的直径成等差数列，已知最小的和最大的滑轮直径分别是 120 毫米和 216 毫米，求中间的三个滑轮的直径。

第17讲

页码问题

前铺知识　单数与双数 ▶▶ 有趣的自然数串 ▶▶

本讲内容

1．学会区分数和数字。

2．解决简单的与页码数字有关的数学问题。

3．利用奇偶性解决页码问题。

本讲故事

艾迪打开了一部分任务手册，但是只有一张地图。





亚马孙河位于南美洲，是世界流量、流域最大的，支流最多的，以及第二长的河流。该河流共有一万五千条支流，分布在南美洲大片土地上，流域面积几乎大如整个澳大利亚。

17.1 页码问题的基本概念

例 1 （1）一本书共有 20 页，1~20 页的页码一共用了多少个数字？
（2）若一本书共有 150 页，1~150 页的页码一共用了多少个数字？

分析
按一位数、两位数、三位数分类进行计算。

练习 1
一本《新编小学生字典》共 563 页，需要多少个数字编页码？

例 2 给一本书编页码，一共用了 225 个数字，这本书一共有多少页？

分析
按位数分类，分别去掉一位数、两位数用去的数字的数量，计算组成的三位数的个数，然后计算整个页数。

例 3 编一本故事书的页码原先用了 195 个数字，后来又增加了 15 页，那么还要增加多少个数字？

分析
先计算原本这本书的页数，然后确定增加的 15 页的页面都是几位数，最后计算这些页码用的数字的个数。

17.2　数字的出现次数

例 4　（1）一本书共有 100 页，1 ～ 100 页的页码中，一共用了多少个数字“2”？
（2）一本书共有 1000 页，1 ～ 1000 页的页码中，一共用了多少个数字“2”？

分析
按个位、十位、百位、千位进行分类，计算每个数位上数字“2”的个数。

练习2
言言有本小说，一共有 200 页，这本书的页码中一共有多少个数字“1”？

例 5　给一本书编页码时，一共用了 24 个数字“8”且最后一页是含有“8”的页码，请问这本书有多少页？

开放试题

请同学们数一数你最喜欢的书共多少张纸？若每张纸正反两面都编上页码，需要多少个数？多少个数字？

笔记整理

1. 数是由数字组成，数有无穷个，但数字只有 10 种，即 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9，数字也叫数码，用它们可以组成无数个数。
2. 页码问题：
 一本书中一张纸上两个数的和一定为奇数。
 一本书中一张纸上两个数一定是前奇后偶。
 解答给书编页码的问题，通常情况下采用分段思考的方法，即将页码分为一位数，两位数，三位数等分段，再将每段上所用的数字分别统计，最终求出题目答案。
 1 ～ 9 页有 9 页，每页的页码由一个数字组成，共有 1×9=9（个）数字。
 10 ～ 99 页有 99−9=90（页），每页的页码由两个数字组成，共有 2×90=180（个）数字。
 ……

本讲巩固

1 一本书共有 80 页，1 ～ 80 页的页码一共用了多少个数字？

2 一本小说的页码，共用 137 个数字。这本书共有多少页？

3 给一本书编页码，一共用了 246 个数字，这本书一共有多少页？

4 一本书共有 500 页，1 ～ 500 页的页码中，一共用了多少个数字“1”？

5 给一本书编页码时，一共用了 13 个数字“7”，请问这本书有多少页？

第18讲

标数法

前铺知识 枚举法的妙用 ▶▶ 字典排列法和树形图 ▶▶

本讲内容

1. 复习枚举法初步，培养分类讨论问题的能力。
2. 了解标数法及其简单应用。
3. 能应用标数法巧妙地解决一些生活中的问题。

本讲故事





《金银岛》是英国作家史蒂文森所有作品中流传最广的代表作，其故事情节起源于作者为儿子讲故事时所画的一幅藏宝图。小说描写了敢作敢为、机智活泼的少年吉姆·霍金斯发现寻宝图的过程以及他如何智斗海盗，历经千辛万苦，终于找到宝藏，胜利而归的惊险故事。

热带雨林中参天巨木的遮挡使人处于“不见天日”的状态，幸好大宽装了最新型的GPS系统，他们才没有迷路。



解决了石碑上的问题，完整的底图出现在三人的眼前。

GPS系统
利用GPS定位卫星，在全球范围内实时进行定位、导航的系统，称为全球卫星定位系统，简称GPS。
GPS的空间部分是由24颗卫星组成。卫星的分布使得在全球任何地方、任何时间都可观测到4 颗以上的卫星。

18.1 基本图形中的标数法

例 1 如图 18-1 所示，从 A 点沿线段走最短路线到 B 点，共有多少种不同的最短路线？

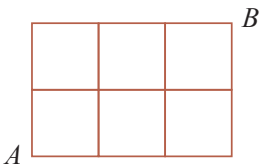


图 18-1

分析

用“标数法”求解。

练习 1

图 18-2 是某街道的平面图，薇儿要从家到学校。请问，薇儿有多少种不同的最短路线可供选择？

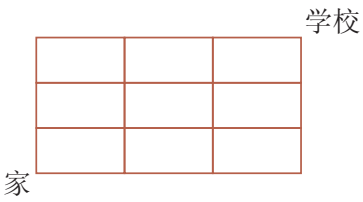


图 18-2

例 2 “五一”长假就要到了，小新和爸爸决定去黄山玩。聪明的小朋友请你找找看从北京到黄山的最短路线共有几条呢？

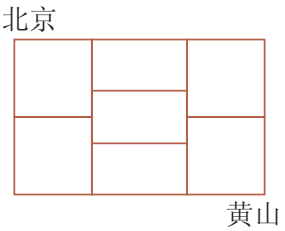


图 18-3

分析

采用“标数法”，这道题的图形与前几题的图形又有所区别，因此，在解题时要格外注意是由哪两点的数之和来确定另一点的。

练习2

如图 18-4 从甲到乙的最短路线有几条？

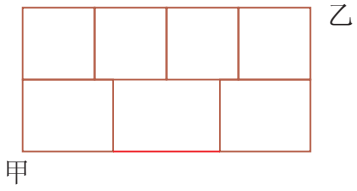


图 18-4

18.2　特殊图形中的标数法

例3

大熊和美子准备去看望养老院的李奶奶，可是市中心在修路（城市的街道如图 18-5 所示），他们从学校到养老院最短路线共有几条呢？聪明的小朋友，请你们快想想吧！

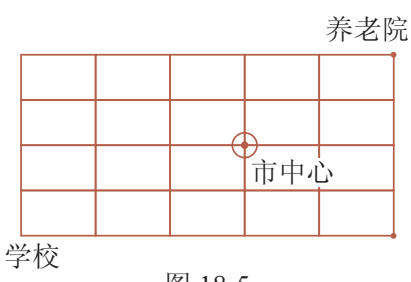


图 18-5

分析

用“标数法”求解。

例4

图 18-6 是小华学校附近小区的平面图，今天小华放学回家需要先去 G 路口办点事。请问：小华经过 G 路口回家有多少种不同的最短路线？

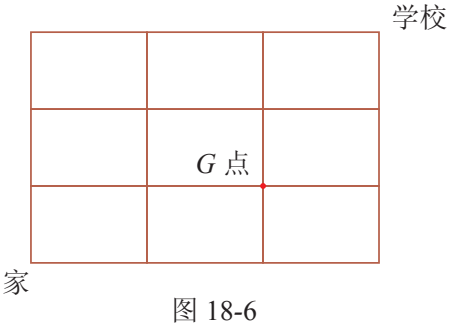


图 18-6

分析

用“标数法”求解。

例 5 图 18-7 中的“我爱希望杯”有_____种不同的读法。

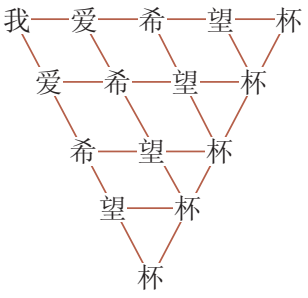


图 18-7

分析

用“标数法”求解。

开放试题

如图 18-8，沿着“北京欢迎你”的顺序走（要求只能沿着水平或竖直方向走），一共有多少种不同的走法？

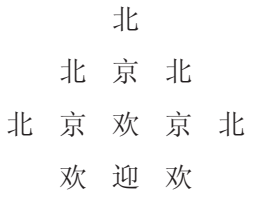


图 18-8

笔记整理

标数法一般适用于求最短路线问题。

标数法的核心思想：从起点到达任何一点的最短路线数，都等于从起点出发到达与这一点相邻的点的最短路线数之和。这种思想本质上就是利用加法原理进行分类计数。

本讲巩固

1 艾迪和薇儿去少年宫参加活动。如图 18-10，如果他们从学校出发，共有多少种不同的最短路线？

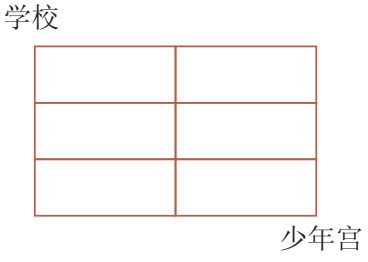


图 18-10

2 阿花和阿红到少年宫参加活动。他们从学校出发到少年宫（如图 18-11）最多有多少种不同的行走路线？

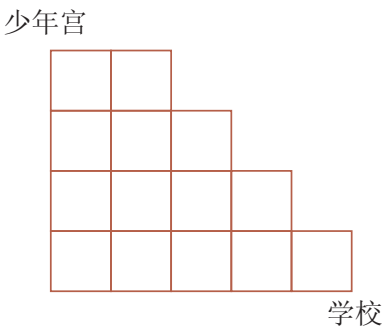


图 18-11

3 如图 18-12，从点 A 到点 B，只许向右或向下走，共有_____种不同的路线。

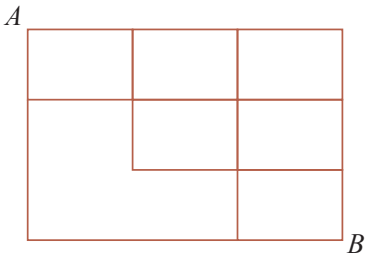


图 18-12

4 在图 18-13 的街道示意图中，C 处因施工不能通行，从 A 到 B 的最短路线有多少条？

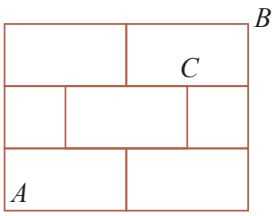


图 18-13

5 阿强和牛牛结伴骑车去图书馆看书，第一天他们从学校直接去图书馆；第二天他们先去公园看大熊猫再去图书馆；第三天公园修路不能通行。如图 18-14，请你们帮阿强和牛牛想想这三天从学校到图书馆的最短路线分别有多少种不同的走法？

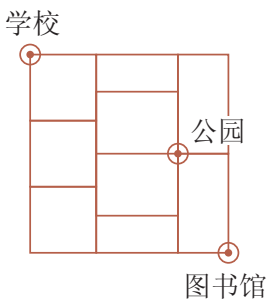


图 18-14

第19讲 图形计数初步

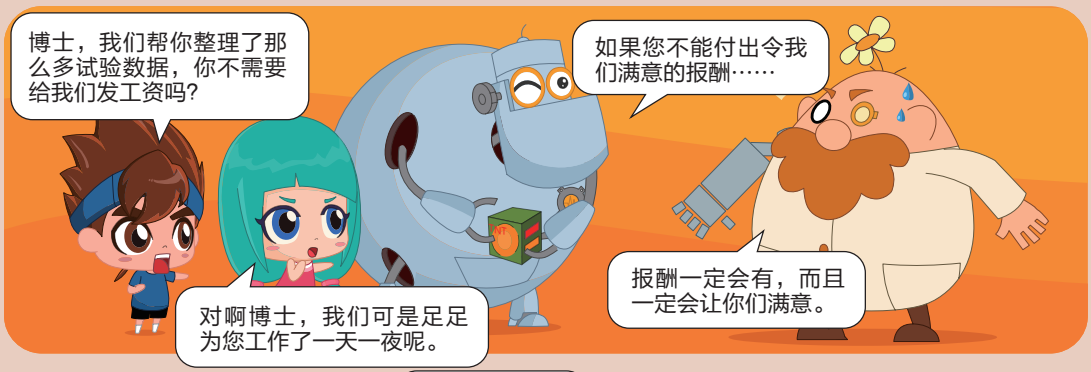
前铺知识 巧数图形 ▶▶ 图形计数 ▶▶

本讲内容

1．掌握规则图形的计数方法。

2．灵活运用分类枚举对复合图形进行计数。

本讲故事





拖延是一种普遍存在的现象。一项调查显示大约75%的大学生认为自己有时拖延，50%认为自己一直拖延。严重的拖延症会对个体的身心健康带来消极影响，如出现强烈的自责情绪、负罪感，不断的自我否定、贬低，并伴有焦虑症、抑郁症等心理疾病，一旦出现这种状态，需要引起重视。

19.1 正方形计数

例 1 如图 19-1 是由一些边长相同的小正方形构成，那么，此图中的正方形共有多少个？

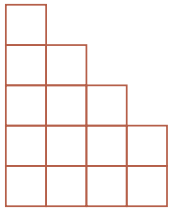


图 19-1

分析

将正方形从小到大分类，有序进行枚举。

例 2 如图 19-2，图中有_____个正方形。

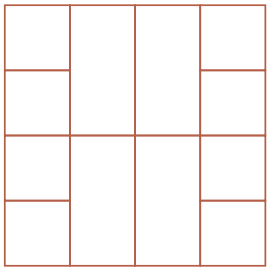


图 19-2

分析

将正方形按大小分类枚举。

练习 1

图 19-3 中共有多少个正方形？

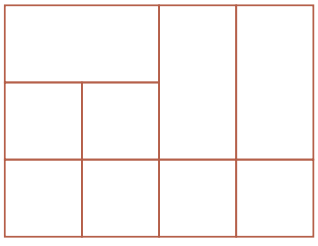


图 19-3

例 3　图 19-4 中共有_____个正方形。

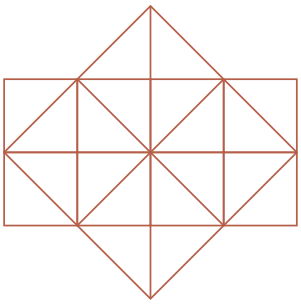


图 19-4

分析
正着的正方形和斜着的正方形，分别从小到大有序分类枚举。

19.2　三角形计数

例 4　图 19-5 中共有多少个三角形？

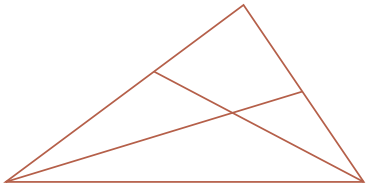


图 19-5

分析
按组成块数枚举。

练习2

图 19-6 中共有多少个三角形？

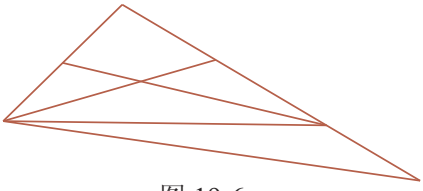


图 19-6

分析
按组成块数枚举。

例 5 将一个等边三角形各边四等分后再连接相应的线段得到图 19-7，问图中共有多少个三角形？

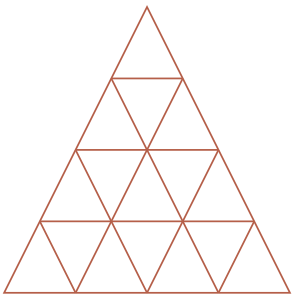


图 19-7

分析

按正向、反向，由小到大分类有序枚举。

开放试题

如图 19-8，有这样的两条线，请问从这五个点中任选三个点可以构成_____个不同的三角形。

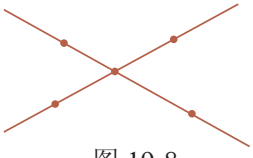


图 19-8

笔记整理

分类枚举方法总结：

1．数线段：分类讨论，一般按所含基本线段数分类。

一条线段上如果有 n 条基本线段，则线段总数为 $n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1$ 条。

2．数正方形：分类讨论，一般按正方形大小分成 $1\times1,2\times2,3\times3,4\times4,5\times5\cdots$若干类 $m\times n$ 型（$m>n$），正方形个数是：$n\times m+(n-1)\times(m-1)+(n-2)\times(m-2)+\cdots+1\times(m-n+1)$；

$n\times n$ 方阵型，正方形个数是：$n\times n+(n-1)\times(n-1)+(n-2)\times(n-2)+\cdots+2\times2+1\times1$

3．数三角形：一般按照从小到大分类计数。

本讲巩固

1 如图 19-9，由一些边长相同的小正方形构成，那么，此图中的正方形共有多少个？

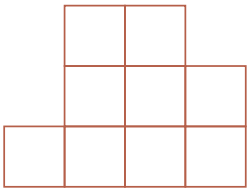


图 19-9

2 如图 19-10，图中有_____个正方形。

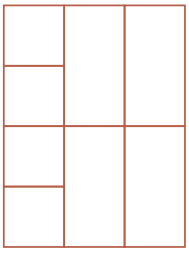


图 19-10

3 在图 19-11 中有不同大小的正方形共几个？

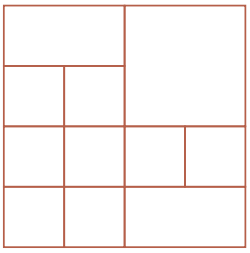


图 19-11

4 数一数，图 19-12 中图形里有_____个三角形。

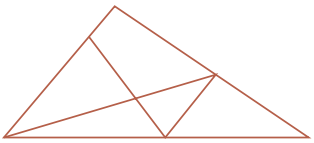


图 19-12

5 图 19-13 中共有_____个三角形。

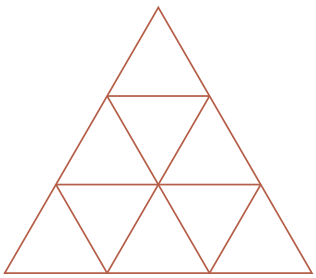


图 19-13

第20讲

简易方程

前铺知识 等量代换 ▶▶ 用字母表示数 ▶▶

本讲内容

1. 理解等式的基本性质。
2. 会解一元一次方程。

本讲故事

艾迪、薇儿和大宽齐心协力通过了第一关的考验，现在他们即将面对决定命运的第二关。



《福尔摩斯》



夏洛克·福尔摩斯是由19世纪末的英国侦探小说家阿瑟·柯南道尔塑造的一个才华横溢的侦探形象。他善于通过观察与演绎法来解决问题。福尔摩斯自己称自己是一名“咨询侦探”，当其他私人或官方侦探遇到困难时常常向他求助。



线性方程组在古代称为方程，其解法称为方程术，首见于《九章算术》。“方”的本义是并，将两条船并起来，船头拴在一起，谓之方；“程”是求其标准。刘徽说：“群物总杂，各列有数，总言其实。令每行为率，二物者再程，三物者三程，皆如物数程之。并列为行，故谓之方程。”这是中国古代对方程的严格定义。

20.1　移项、合并同类项

例 1　解方程：（1）$x+3=8$；（2）$8-x=3$；（3）$x\div3=9$；（4）$3x=9$。

分析

把方程左边（或右边）的项移到方程的右边（或左边），叫作移项。移项的目的是把未知项和已知项分别集中在等号的两边，移项的依据是等式基本性质 1。掌握熟练后，直接移项即可。移项最重要的是“变号”，我们可以形象地把等号看作“桥”，无论是未知项还是已知项，都要“过桥变号”，也就是“移项变号”。化未知数系数为 1 时，千万不要只化未知项，漏化已知项。通常解方程时未知项在左边，已知项在右边。

例 2　（1）$12-4x=3x-2$　　（2）$4x+15=6x+3$

练习 1

（1）$12-3x=7x-18$　　（2）$7x-2=4x+13$

20.2 去括号

例 3 解方程：（1）$12-(3x-4)=x$　　（2）$15x+(30-6x)=39$

例 4 $2(x+3)=3(x+1)$

例 5 （1）$2+3(x-26)=92-x$　　（2）$4(x+1)-3(x-1)=2x+3$

练习2

解方程：$37-3(x+7)=5x$

开放试题

解方程：$(5x+34)\div 2-3x=(9x+6)\div 8$

笔记整理

简易方程：

1. 等式的基本性质：等式的两边同时加上或减去相同的数，同时乘以或除以相同的数（0 除外）等式仍成立。
2. 解方程的步骤：
 （1）有括号先去括号，注意变号问题，利用乘法分配律；
 （2）移项变号；
 （3）合并同类项；
 （4）系数化为 1。

本讲巩固

1　解方程：（1）$x+6=10$　　（2）$9-x=6$
　　（3）$4x=76$　　（4）$x\div 4=2$

2 解方程：$20+4x=32-2x$

3 解方程：（1）$18-(3x-6)=x$　　（2）$7x-(3x+2)=22$

4 解方程：（1）$8(5+x)=72$　　（2）$4(3x-5)=40$

5 解方程：$8-3(x-18)=122-6x$

第21讲 简易方程的应用

前铺知识　用字母表示数 ▶▶ 简易方程 ▶▶

本讲内容

1．复习和巩固解一元一次方程。

2．掌握用方程解应用题的基本思路和一般步骤。

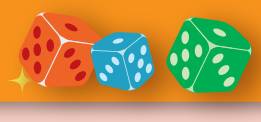
3．灵活运用方程来解决应用题。

本讲故事

艾迪他们发现了线索，成功打开了石门。



解谜游戏是一类通过对游戏中出现的信息或情节进行分析和处理，发掘线索解决各种谜题的益智健脑游戏。与其他益智游戏不同的是，该类游戏更注重情节和人物塑造。解谜游戏通常以游戏的形式锻炼游戏者的脑、眼、手等器官协调性，适当游戏能增强自身的逻辑分析能力和思维敏捷性。



21.1 用方程解决基本应用题

例 1 列方程解下列应用题：

（1）78 与 x 的和是 223，求 x 是多少？

（2）x 与 26 的差是 43，求 x 是多少？

（3）36 与某数 4 倍的和是 136。求某数是多少？

分析

找相等关系，列方程，求解。

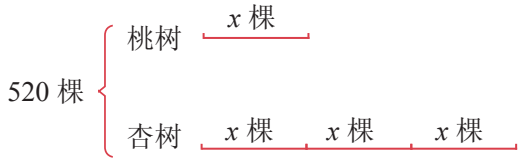
例 2 一条 1000 米的公路，平均每天修 x 米，修了 8 天，还剩 440 米。请写出等量关系式，并列出方程式。

分析

分析题意可以列出等量关系：已修的米数 + 剩下的米数 = 总共要修的米数。

练习 1

看图列方程。



等量关系式：_____

列方程式：_____

例 3　（1）这次秋游中共有学生 3200 人，其中女生比男生的 2 倍多 200 人，求男生、女生各有多少人？

（2）在一次春游中共有学生 2800 人，其中男生是女生的 2 倍少 860 人，求男生、女生各有多少人？

分析

先找出等量关系，列出等量关系式，再设未知数求解。

21.2　用方程解决鸡兔同笼问题和盈亏问题

例 4　六年级学生去秋游，要分成 15 个组，一部分由 8 人组成一个小组，另一部分由 5 人组成一个小组，8 人组成小组的总人数比 5 人组成小组的总人数多 3 人，求六年级共有多少名同学参加秋游？

分析

先找出等量关系，列出等量关系式，再设未知数求解。

练习2

一只鸡有 1 个头 2 条腿，一只兔子有 1 个头 4 条腿。如果笼子里的鸡和兔子共有 10 个头和 26 条腿，则鸡有_____只，兔子有_____只。

例 5 今年爷爷的年龄是小李的 5 倍，小李发现，12 年之后，爷爷的年龄将是他的 3 倍，试求出今年小李的年龄。

解：设今年小李的年龄为_____岁，则今年小李爷爷的年龄为_____岁，

	今年的年龄	12 年后的年龄
小李		
小李爷爷爷		

根据“_____”，

列得方程_____。

开放试题

新学期开始，有一批新的教科书要分发到各位学生手中，这批教科书必须由一个小组的学生来搬，这批教科书如果由小组中的男生来搬，每人搬 25 本，那么还有 15 本没人搬，如果由小组中的女生来搬，每人搬 20 本，那么最后一名女生只需要搬 10 本。已知这个小组的学生一共有 8 人，求男、女生各有多少人？

笔记整理

列方程解应用题的一般步骤。

1. “审”——审清题意；
2. “设”——设未知数并把有关的量用含有未知数的代数式表示；
3. “列”——根据等量关系列出方程；
4. “解”——解方程；
5. “答”——检验作答。

本讲巩固

1 列方程解下列应用题：

（1）32 与 x 的和是 100，求 x 是多少？

（2）x 与 72 的差是 36，求 x 是多少？

（3）从 93 里面减去 x 的 6 倍，差是 51，求 x。

2 小明买了 8 个作业本，每本 x 元，付给营业员 17 元，找回 1 元。则：

等量关系式为：_____

列方程式为：_____

3 用方程解下列应用题：

（1）一次春季运动会中共有学生 1002 人，其中男生比女生的 3 倍多 2 人，求男生、女生各有多少人？

（2）一次秋季运动会中共有学生 780 人，其中男生比女生的 3 倍少 20 人，求男生、女生各有多少人？

4 用方程解下列应用题：

鸡兔共有 20 只，笼中共有 58 条腿。试计算，笼中有鸡多少只？兔子多少只？

5 用方程解下列应用题：

今年乘乘爸爸的年龄是乘乘年龄的 7 倍，5 年以后，乘乘爸爸的年龄是乘乘年龄的 4 倍，请问乘乘今年几岁？

第22讲 路程、速度与时间

前铺知识 钟表数学

本讲内容

1. 了解速度的概念，掌握行程问题中路程、速度和时间的基本关系。
2. 理解什么是平均速度，掌握求平均速度的方法。
3. 灵活运用路程、速度、时间的基本关系解决一般行程问题及简单的相遇问题。

本讲故事

艾迪、薇儿和大宽成功地通过了第二关的考验。





$s=vt$

这是三个单词的缩写：时间用t：time，
速度用v：velocity，
路程用s： stretch。



22.1　基本行程问题

例 1　艾迪骑自行车每小时行 15 千米，
（1）2 小时以后，能行多少千米？
（2）按照同样的速度，他骑了 60 千米，需要几小时？
（3）后来艾迪匀速行驶了 150 千米用了 3 小时，那么这段路艾迪平均每小时行多少千米？

分析
行程问题的一般公式：
路程 = 速度 × 时间　　时间 = 路程 ÷ 速度
速度 = 路程 ÷ 时间

例 2　小明家离学校有 280 米，他走了 4 分钟，如果用同样的速度，从学校到少年宫小明走了 10 分钟。请问学校到少年宫有多少米？

例 3　两辆汽车都从北京出发到某地，货车每小时行 60 千米，15 小时可到达。客车每小时行 50 千米，如果客车想与货车同时到达某地，它要比货车提前几小时出发？

分析
先计算出北京到某地的距离，再计算出客车需要行驶的时间，即可知道需要提前多久发车。

例 4 薇儿和艾迪两家相距 400 米，薇儿每分钟行 60 米，艾迪每分钟行 70 米，请问：
（1）两人同时从家中出发在同一条路上同向而行，3 分钟后两人相距多少米？
（2）两人同时从家中出发在同一条路上背向而行，3 分钟后两人相距多少米？
（3）两人同时从家中出发在同一条路上相向而行，3 分钟后两人相距多少米？

分析
（1）薇儿和艾迪在同一条路上同向而行；需考虑两种情况：①当朝薇儿家方向而行；②当朝艾迪家方向而行。
（2）薇儿和艾迪在同一条路上背向而行时，两人的距离将增加。
（3）薇儿和艾迪在同一条路上相向而行，两人的距离将缩短。

练习 1

一辆货车从甲城往乙城运货，每小时行 42 千米，预计 6 小时到达。但行到一半时，由于机器出了故障，用了 1 小时进行修理，如果仍要求在预计时间到达乙地，余下的路程必须每小时行多少千米？

22.2 平均速度

例 5 如图 22-1，从 A 到 B 是 12 千米下坡路，从 B 到 C 是 8 千米平路，从 C 到 D 是 4 千米上坡路。小张步行，下坡的速度是 6 千米 / 时，平路速度是 4 千米 / 时，上坡速度是 2 千米 / 时。问小张从 A 到 D 的平均速度是多少？

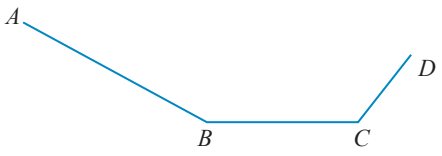


图 22-1

分析
要求全程的平均速度是多少，必须知道总路程和总时间。

练习2

摩托车驾驶员以每小时 30 千米的速度行驶了 90 千米到达某地，返回时每小时行驶 45 千米，求摩托车驾驶员往返全程的平均速度。

开放试题

甲、乙两人在相距 90 米的直路上来回跑步，甲的速度是每秒 3 米，乙的速度是每秒 2 米。如果他们同时分别从直路两端出发，10 分钟内共相遇几次？

笔记整理

1. 行程问题的一般公式：
 路程 = 速度 × 时间　　时间 = 路程 ÷ 速度　　速度 = 路程 ÷ 时间
2. 相遇问题特征：
 （1）两个运动物体一般同时不同地（或不同时不同地）出发做相向运动。
 （2）在一定时间内，两个运动物体相遇。
 （3）相遇问题的解题要点：相遇所需时间 = 总路程 ÷ 速度和。
3. 相遇问题必须紧紧抓住“速度和”这个关键条件。主要数量关系是：
 速度和 × 相遇时间 = 路程
 路程 ÷ 速度和 = 相遇时间
 路程 ÷ 相遇时间 = 速度和（速度和－一个速度 = 另一个速度）
4. 平均速度：（1）当时间不相等时，平均速度 = 总路程 ÷ 总时间
 （2）当时间相等时，平均速度 =（速度 1+ 速度 2）÷2

本讲巩固

1 大宽步行每分钟行 20 米，
（1）3 分钟以后，能行多少米？
（2）按照同样的速度，步行 100 米，需要几分钟？
（3）后来大宽匀速步行了 200 米用了 4 分钟，那么这段路大宽平均每分钟行多少米？

2 小白从家骑车去学校，每小时骑 15 千米，用时 2 小时，回来以每小时骑 10 千米的速度行驶，需要多少时间？

3 加加和减减两家相距 500 米，加加每分钟行 34 米，减减每分钟行 45 米，请问：
（1）两人同时从家中出发在同一条路上同向而行，4 分钟后两人相距多少米？
（2）两人同时从家中出发在同一条路上背向而行，4 分钟后两人相距多少米？
（3）两人同时从家中出发在同一条路上相向而行，4 分钟后两人相距多少米？

4 甲、乙两辆汽车分别从 A、B 两地出发相向而行，甲车先行三小时后乙车从 B 地出发，乙车出发 5 小时后两车还相距 15 千米。甲车每小时行 48 千米，乙车每小时行 50 千米。求 A、B 两地间相距多少千米？

5 小强从甲地去乙地的速度是 10 千米 / 小时，回来的速度是 40 千米 / 小时，求小强往返甲乙两地的平均速度。

答案与提示

第 1 讲　字典排列法和树形图

1.1　字典排列法和分类枚举

例 1

（1）2 种：两间房依次住着艾迪、薇儿或者薇儿、艾迪。

（2）6 种：三间房依次住着①艾迪、薇儿、大宽。②艾迪、大宽、薇儿。③薇儿、艾迪、大宽。④薇儿、大宽、艾迪。⑤大宽、艾迪、薇儿。⑥大宽、薇儿、艾迪。

（3）6 种：空着 1 号房时，剩下两间房，艾迪、薇儿两人住，有两种住法。空 2 号房也是两种，空 3 号房也是两种，所以共 2×3=6（种）不同住法。

例 2

（1）6 个：123,132,213,231,312,321；

（2）27 个：百位是 1 的有 9 种（111,112,113,121,122,123,131,132,133），同理百位是 2 的有 9 种，百位是 3 的有 9 种，共 9×3=27（种）。

练习 1

如果只选 1 种水果：有 3 种选法；

如果选 2 种水果：有（苹果，香蕉）（苹果，橘子）（香蕉，橘子）三类选择，每一类选择中又有 2 种选法，所以共有 6 种方法；

如果选 3 种水果：只有 1 种方法。所以，她一共有 10 种选择。

例 3

列表表示所用硬币的枚数与所对应的钱数。

1 枚：1，2，4，8；

2 枚：1+2，1+4，1+8，2+4，2+8，4+8 即 3，5，9，6，10，12；

3 枚：1+2+4，1+2+8，1+4+8，2+4+8，　即 7，11，13，14；

4 枚：1+2+4+8，即 15；

共有 15 种不同的钱数，注意它们恰是从 1 到 15 这 15 个自然数。

例 4

如表 1 所示，共有 15 种可能。

表 1

小悦的课外书数量	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
冬冬的课外书数量	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
阿奇的课外书数量	5	4	3	2	1	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

1.2　树形图

例 5

如图 1：

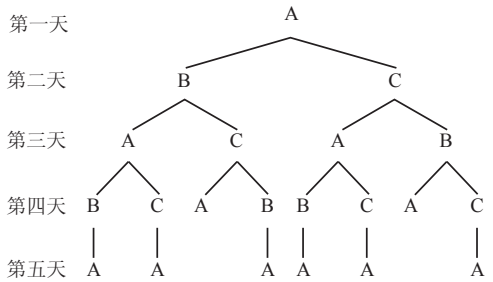


图 1

该学生第五天回到 A 市的不同游览路线共有 6 种。

练习 2

如图 2，树形图法，共有 6 种：

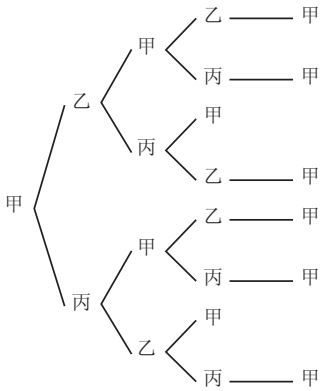


图 2

开放试题

共 24 种。

本讲巩固

1．用 a,b,c 代表三个景点，则有：abc,acb,bac,bca,cab,cba，共计 6 种路线。

2. 组成的两位数按从小到大的顺序排列为：12,13,14,21,23,24,31,32,34,41,42,43，共有 12 个。

3. 9 个：33,37,35,73,77,75,53,57,55

4. 大木偶是 5 个，小木偶是 0 个，共卖了 5×2=10（元）；

大木偶是 4 个，小木偶是 1 个，共卖了 4×2+1×1=9（元）；

大木偶是 3 个，小木偶是 2 个，共卖了 3×2+2×1=8（元）；

大木偶是 2 个，小木偶是 3 个，共卖了 2×2+1×3=7（元）；

大木偶是 1 个，小木偶是 4 个，共卖了 2×1+4×1=6（元）；

大木偶是 0 个，小木偶是 5 个，共卖了 5×1=5（元）。

小李今天一共卖的钱数有 6 种可能。

5. 如图 3，A 表示艾迪，B 表示薇儿，C 表示大宽。第一次传到 B，第四次传到 A 有三种方法；同理第一次传到 C 也是三种。共有 6 种。

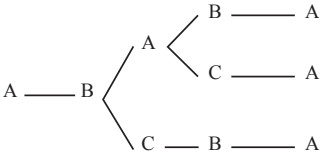


图 3

第 2 讲　等量代换

2.1　简单代换

例 1

1 只猫＝2 只鸡，1 只鸡＝3 条鱼，1 条鱼＝4 只甲虫，1 只猫＝6 条鱼，1 只猫＝24 只甲虫

例 2

2 兔＝2 鸡＋1 兔，所以 1 兔＝2 鸡，因此兔比鸡重。

3 鸡＝2 鸭，因此鸭比鸡重。

1 兔＝2 鸡，2 鸭＝3 鸡，即 2 兔＝4 鸡，2 鸭＝3 鸡，所以兔比鸭重，可知兔最重。

例 3

因为 1 只流氓兔的重量等于 3 只唐老鸭的重量，所以 1 只飞天猪的重量等于 2+3=5（只）唐老鸭的重量。又知艾迪的重量等于 1 只流氓兔和 1 只飞天猪的重量，所以艾迪的体重等于 3+5=8（只）唐老鸭的重量。

例 4

因为 3 大包＝7 小包，6 大包＝14 小包，4 大包＋14 小包＝4 大包＋6 大包＝10 大包。

1 大包饼干数量：70÷10=7（块），

1 小包饼干数量：3×7÷7=3（块）所以，1 小包饼干有 3 块。

练习 1

1 个笔记本 =5 块橡皮，4 个文具盒 =40 块橡皮，所以，1 个文具盒 =10 块橡皮，1 个文具盒 =2 个笔记本。因为 1 个笔记本：3 元，1 个文具盒：2×3=6（元），5 块橡皮：3 元，共需要 3+6+3=12（元）。

2.2　复杂代换

例 5

此题有篮球单价与排球单价两个未知数，而从题中所给条件分析，两次购买篮球与排球的数量各不相同，不能直接消去某一个未知数。所以解题关键是使篮球或排球中的某一对未知数个数变得相同，则可消去其中一个。通过比较，第一次购买的排球为 1 个；第二次购买的排球为 2 个，恰为第一次的 2 倍。若将第一次购买的排球、篮球各扩大 2 倍，付的钱也扩大 2 倍，则能使第一次购买的排球个数与第二次购买的排球个数相同，从而设法消去排球这个未知数，先求出每个篮球的价格，再求每个排球的价格。

列式：(570−240×2)÷(5−2×2)=90÷1=90（元）即篮球的单价。

240−90×2=60（元）即排球的单价。

练习 2

题中条件较多，不好理解，容易混淆，应先将题中已知条件摘录下来，如下：

① 鱼尾重量 =4 千克

② 鱼头重量 = 鱼尾重量 + 鱼身一半重量

③ 鱼身重量 = 鱼头重量 + 鱼尾重量

由第②个条件可知：2 个鱼头的重量 =2 个鱼尾的重量 + 鱼身重量

再根据第③个条件，用鱼头、鱼尾重量和替换上面等式中鱼身的重量可得：

2 个鱼头的重量 =2 个鱼尾的重量 + 鱼尾重量 + 鱼

头重量
即：鱼头重量 =3 个鱼尾的重量 =3×4=12（千克）。
鱼身重量 = 鱼头重量 + 鱼尾重量 =12+4=16（千克）。
所以这条鱼总重量为：鱼头 + 鱼身 + 鱼尾 =12+16+4=32（千克）。

开放试题

第一次称用了①，②，③，④四个球，如果这四个球中没有轻球，那么称出来的结果应该是两边一样重，而实际上①＋②重于③＋④，说明①，②，③，④四个球中至少有 1 个轻球；同理可知⑤，⑥，⑦，⑧中至少也有一个轻球，而总共只有 2 个轻球，所以①，②，③，④和⑤，⑥，⑦，⑧中各有 1 个。由于①＋②重于③＋④，所以轻球在③，④中；⑤＋⑥轻于⑦＋⑧，所以轻球在⑤，⑥中，那么①与⑦重量相等，而①＋③轻于⑤＋⑦，所以③轻于⑤，那么③是轻球，⑤不是轻球，那么⑥是轻球。所以两个轻球的编号分别是③和⑥。

本讲巩固

1. 因为在重量上：1 个方块 +1 个苹果 =9 粒玻璃球，而：1 个苹果 =4 粒玻璃球，
所以：1 个方块 =5 粒玻璃球。
因此，最后一个盘子里放 5 粒玻璃球才能使天平保持平衡。
2. 4 只鸡 =1 张羊皮，1 头猪 =3 张羊皮，1 头猪 =3×4=12（只）鸡，所以甲可以换到 10 只鸡。
3. 13 个李子 =2 个苹果 +1 个桃子，4 个李子 =1 个苹果。所以，13 个李子 =8 个李子 +1 个桃子，5 个李子 =1 个桃子。即 5 个李子的重量等于 1 个桃子的重量。
4. 3 大包 =7 小包；2 大包 +7 小包 =2 大包 +3 大包 =5 大包，1 大包饼干数量：35÷5=7（块）。即 1 小包饼干有 7×3÷7=3（块）。
5. 我们可以把两次的情况进行比较：
4 千克梨的价钱 +5 千克荔枝的价钱 =58（元）(1)
6 千克梨的价钱 +5 千克荔枝的价钱 =62（元）(2)
比较式（1）和式（2），发现两式中荔枝的千克数相等。式（2）比式（1）多了 6−4=2（千克）梨，也就是 62−58=4（元），说明 1 千克梨的价钱为 4÷2=2（元）。那么 1 千克荔枝的价钱也就易解了。(58−2×4)÷5=10（元）或 (62−2×6)÷5=10（元）。

第 3 讲　角度初识

3.1　角的认识

例 1

（1）√　（2）×　（3）×

例 2

枚举：$\angle AOB$，$\angle BOC$，$\angle COD$，$\angle AOC$，$\angle BOD$，$\angle AOD$

练习 1

枚举：$\angle AOB$，$\angle BOC$，$\angle AOC$

3.2　简单的角度计算——互余和互补

例 3

由和倍问题，∠4 是∠1 的 3 倍，而且∠1+∠4=180°，所以∠1=180°÷(1+3)=45°，则∠4=180°−45°=135°，同理，∠3=180°−∠4=180°−135°=45°，∠2=180°−∠1=135°

练习 2

因为∠2 和 30° 角组成一个平角，所以∠2=180°−30°=150°；
因为∠2 和∠1 组成一个平角，所以
∠1=180°−∠2=180°−150°=30°；
因为∠1、∠3 和图中直角组成一个平角，所以∠3=180°−∠1−90°=180°−30°−90°=60°，
故答案为：30°，150°，60°

例 4

由和差问题（见图 4）：

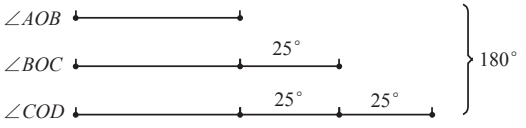


图 4

∠AOB=（180°−25°−25°−25°）÷3=35°，
∠BOC=35°+25°=60°，∠COD=60°+25°=85°

例 5

令∠1 与 45° 角之间的角为∠2，∠1 和 30° 角之间的角为∠3，

在左边的正方形中，∠1+∠2+45°=90°，所以，∠1+∠2=45°

在中间的正方形中，∠3=90°−∠1−∠2=45°

在右边的正方形中，∠1=90°−30°−∠3=90°−30°−45°=15°

开放试题

因为∠*AOB*=100°，∠*EOF*=140°，所以∠*AOE*+∠*BOF*=360°−100°−140°=120°，又因为 *OF* 平分∠*BOC*，*OE* 平分∠*AOD*，所以∠*BOC*+∠*AOD*=2×(∠*AOE*+∠*BOF*)=2×120°=240。所以，∠*COD*=360°−∠*AOB*−∠*BOC*−∠*AOD*=360°−240°−100°=20°。

本讲巩固

1.（1）×；（2）×；（3）√；（4）√

2. 由和倍问题，∠1 是∠2 的 2 倍，而且∠1+∠2=180°，所以∠2=180÷(1+2)=60°，则∠1=180°−60°=120°，同理，∠3=180°−∠2=180°−60°=120°，∠4=180°−∠1=60°

3．由和差问题（见图 5），

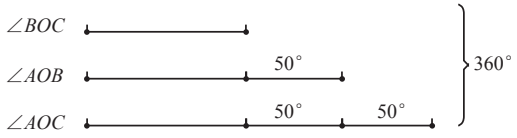


图 5

∠*BOC*=(360°−50°−50°−50°)÷3=70°

4．∠*EOA*=2∠*AOF*，由和倍问题，∠*AOF*=90°÷(1+2)=30°，所以，∠*BOF*=180°−30°=150°

5．∠2=90°−∠1=20°，∠3=90°−∠2=70°

第 4 讲　速算巧算之四则运算

4.1　凑整

例 1

（1）原式 =256−56+78=200+78=278

（2）原式 =13+37+44=50+44=94

（3）原式 =121−21−78=100−78=22

例 2

（1）134+187−87=134+(187−87)=134+100=234

（2）358−139−61=358−(139+61)=358−200=158

（3）38×25×4=38×(25×4)=38×100=3800

（4）28÷35×5=28÷(35÷5)=28÷7=4

例 3

（1）165+(86+135)=165+86+135=165+135+86=386

（2）587−(87−125)=587−87+125=500+125=625

（3）150×(2÷15)=150×2÷15=150÷15×2=10×2=20

（4）750÷(75÷10)=750÷75×10=10×10=100

练习 1

（1）200−123+23=200−(123−23)=200−100=100

（2）30÷24×4=30÷(24÷4)=30÷6=5

（3）253−(53−100)=253−53+100=300

（4）35÷(35÷4)=35÷35×4=1×4=4

4.2　乘法分配律和提取公因数

例 4

（1）125×(40+8)=125×40+125×8=5000+1000=6000

（2）(100−4)×25=100×25−4×25=2500−100=2400

练习 2

C

例 5

（1）原式 =33×(66+34)
=33×100
=3300

（2）原式 =(155−55)×83
=100×83
=8300

（3）原式 =67×22+67×77+67×1
=67×(22+77+1)
=67×100
=6700

开放试题

原式 =33×34+34×35+68×66
=34×(33+35)+68×66
=34×68+68×66
=68×(34+66)

=68×100
=6800

本讲巩固

1.（1）149+38−49=149−49+38=100+38=138
（2）12+46+38=12+38+46=50+46=96
（3）126−37−26=126−26−37=100−37=63
2.（1）257+139−39=257+(139−39)=257+100=357
（2）113−32−68=113−(32+68)=113−100=13
（3）83×2×5=83×(2×5)=83×10=830
（4）24÷9×3=24÷(9÷3)=24÷3=8
3.（1）174+(98+126)=174+98+126=174+126+98=300+98=398
（2）234−(34−210)=234−34+210=200+210=410
（3）13×(4÷13)=13×4÷13=13÷13×4=1×4=4
（4）36÷（36÷7）=36÷36×7=1×7=7
4.（1）125×(80+4)=125×80+125×4=10000+500=10500
（2）(100−8)×25=100×25−8×25=2500−200=2300
5．原式 =68×(45+55)=68×100=6800

第 5 讲　字母表示数

5.1　字母表示数与化简

例 1

（1）a= 4；b=8
（2）a=10；b=16

例 2

（1）10，15，5n，手指的数量是手的数量的 5 倍。
（2）n 只螃蟹 n 张嘴，2n 只眼睛 8n 条腿。

例 3

$a\times5=5a$　　$a+a=2a$
$m\times n=mn$　　$a\times b\times x=abx$
$b\times1=b$　　$a+a+a=3a$
$a\times a=a^2$　　$m+n+n=m+2n$
$4+b\times b=4+b^2$　　$4\times b\times b=4b^2$

练习 1

（1）√　（2）×　（3）×　（4）×

5.2　用字母表示数量关系

例 4

（1）$x+y$，$x-y$　（2）3a　（3）$C\div4$

练习 2

（1）4000+a　（2）10x　（3）46–x

例 5

（1）男生的人数；（2）中午的温度

开放试题

$bc+b-1$

本讲巩固

1．一个正方形有 4 条边，两个正方形有 8 条边，三个正方形有 12 条边，……n 个正方形有 4n 条边。边数是正方形数量的 4 倍。
2.5a　10x　2b　10y　m^2
3.（1）×　$4^2=4\times4$；（2）√；
（3）×　$5+x=x+5$；（4）×　$c\times2=2c$；
4.（1）$a-b$
（2）15a，20b，15a+20b
5.（1）一个篮球和一个足球一共的价钱
（2）a 个篮球的价钱
（3）一个篮球比一个足球贵的价钱
（4）a 个篮球和 10 个足球一共的价钱

第 6 讲　和差倍

6.1　和差问题

例 1

先画线段图，如图 6，从线段图可以看出，以第一块为标准，第二块减少 20 米，第三块减少 20+30=50（米），总和减少 20+50=70（米），即 190−70=120（米）。120 米相当于第一块布料长的 3 倍，求出第一块布料的长度，第二块、第三块就可以求出。

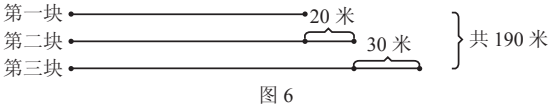


图 6

第一块布料长度的 3 倍是：190−(20+20+30)=120（米）；
第一块布料的长度是：120÷3=40（米）；
第二块布料的长度是：40+20=60（米）；
第三块布料的长度是：60+30=90（米）。

练习 1

根据题意可以画图，如图 7：

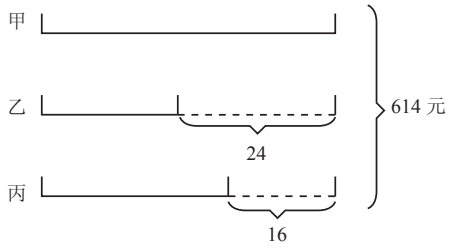


图 7

由图可知，可以假设三个数都和甲相等，那么乙数需要加上 24，才能和甲数相等；丙数需要加上 16 后才能和甲数相等。那么总数也将增加一个 24 和一个 16，变为 614+16+24，这时因为三个数都变得和甲数相等，所以就可以把新的总数平均分成三份，得出的结果就是甲的大小。(614+16+24)÷3=218（即甲的值）然后分别用 218 减去 24 得出 194 就是乙的值；减去 16 得出 202 就是丙的值。
答：甲得 218 元；乙得 194 元；丙得 202 元。

例 2

可画线段图，如图 8：

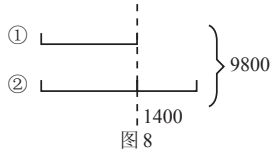


图 8

第一条船：(9800−1400）÷2=4200（块），第二条和第三条船的和：9800−4200=5600（块），第二条船：（5600+200）÷2=2900（块），第三条船：2900−200=2700（块）。

6.2 和倍问题

例 3

由题可得线段图，如图 9：

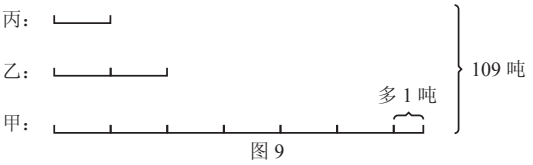


图 9

假设丙是 1 份，乙是 2 份，甲是 2×3=6（份）多 1 吨，所以每份为 (109−1)÷(1+2+6)=12（吨），甲是 12×6+1=73（吨），甲比丙多 73−12=61（吨）

例 4

由题可得线段图，如图 10：

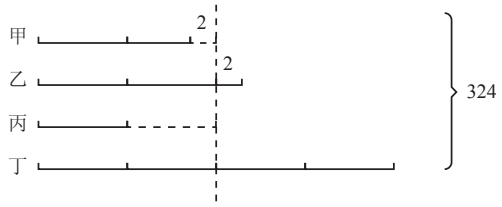


图 10

设丙为一份，甲为两份少 2（需 +2），乙是两份多 2（需 −2），丁是 4 份。当甲、乙、丙、丁都是整倍数时的和：324+2−2=324
总份数：1+2+2+4=9，一份数丙：324÷9=36，甲：2×36−2=70，乙：2×36+2=74，丁：4×36=144

6.3 差倍问题

例 5

由题意：红组学生人数是蓝组的 3 倍，可得线段图，如图 11：



图 11

由蓝组人数比红组的两倍少 50 人，可得线段图，如图 12：

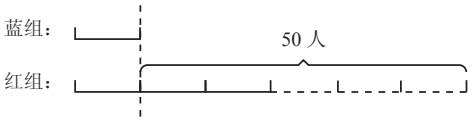


图 12

蓝组：50÷（2×3−1）=10（人），红组：10×3=30（人）

练习 2

小雨的书比小云的书多 2 倍，即小雨的书是小云的书的 3 倍。这个“倍数”是变化后的，所以“1 倍”数应是小云丢书后的数量。“差”是 20+5+11=36（本）。小云现有书：(20+5+11)÷(3−1)=18（本）；小

云原来有书 18+5 ＝ 23（本），小雨原来有书 23+20=43（本）。

开放试题

① 先求出原来甲书架比乙书架多多少：

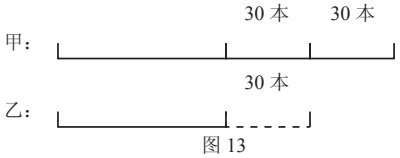


图 13

由图 13 可知，甲原来比乙多 60 本。

② 乙给甲 30 本，这时甲比乙多多少：

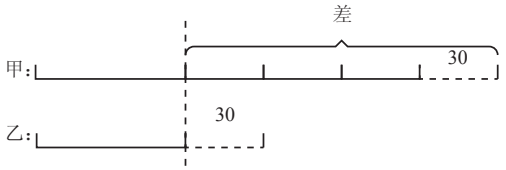


图 14

如图 14，甲是乙 3 倍的时候，甲比乙多 30×2 ＋ 30×2=120，可推算出 120÷(3−1)=60（小数，就是乙给甲 30 本后的本数），60×3=180（大数，就是甲得到 30 本后的本数），所以原来乙有本数：60+30=90（本），甲有的本数：180−30=150（本）。

本讲巩固

1．建议画图分析。假设三班为 1 份，二班是 1 份多 4 人，一班是 1 份多 4+4=8 人，所以三班为 (126−4−8)÷3=38（人），二班是 38+4=42（人），一班是 42+4=46（人）。

2．总和是 160 件，假设乙堆为 1 份，所以总和对应了 3+1=4（份），4 个一份多 40 件，每份为 (160−40)÷4=30（件），甲堆是 30×3+40=130（件）。

3．根据题意，作图 15：

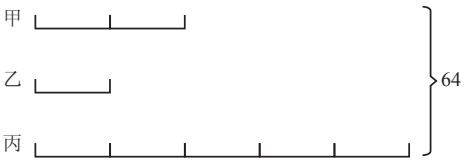


图 15

由图 15 可知，假设乙数为 1 份，那么甲数为 2 份，丙数为 5 份。总份数是 (2+1+5)；用总数（和）除以份数 64÷(2+1+5)=8，即是 1 份所占的数，即是乙的大小；因为甲数是乙数的 2 倍，用 8×2=16 即是甲数的大小；因为丙数是乙数的 5 倍，用 8×5=40，即是丙数的大小。列算式如下：

64÷(2+1+5)=8（一份的数）；8×1=8（乙）；8×2=16（甲）；8×5=40（丙）。

4．根据题意将第二块看作 1 份，第一块和第三块看成一个整体为 3 份，则第二块为 220÷(1+3)=55（米），第一块和第三块共 220−55=165（米），又知第一块比第三块长 35 米，由和差问题，第一块为 (165+35)÷2=100（米），第三块为 165−100=65（米）。

5．从 4 箱中，每箱取出 24 千克后，剩下的合起来刚好一箱，说明拿走的是三箱，所以每箱苹果重：24×4÷3=32（千克）。

第 7 讲　倒推与图示

7.1　单个量的还原问题

例 1

根据题意，一个数，经过加法、乘法、减法、除法的变化，得到结果 10，应用逆推法，由结果 10，根据加、减法与乘、除法的互逆运算，倒着往前计算。如图 16

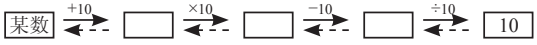


图 16

10×10=100，100+10=110，110÷10=11，11−10=1

综合算式为：(10×10+10)÷10−10=(100+10)÷10−10=110÷10−10=11−10=1，所以这个数为 1。

练习 1

(25+25)×5=250（个），即共采集了 250 个树种子。

例 2

从最后一个条件“恰好是 100 分”向前推算。扩大 2 倍是 100 分，没有扩大 2 倍之前应是 100÷2=50（分），加上 10 分之前应是 50−10=40（分），除以 2 是 40 分，那么除以 2 之前应是 40×2=80（分），减去 6 分后是 80 分，减去 6 之前应是 80+6=86（分）。列综合算式为 (100÷2−10)×2+6=86（分）。

例 3

根据题意可以画出线段图，如图 17：

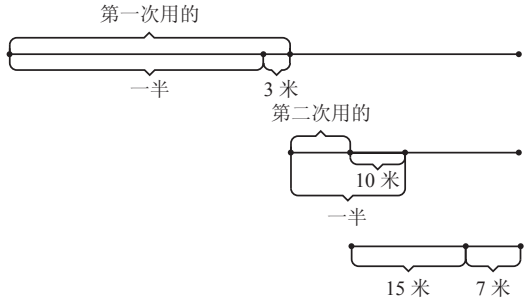


图 17

第三次用之前的长度 7+15=22（米）；
第二次用之前的长度 (22−10)×2=24（米）；
原来的电线的长度 (24+3)×2=54（米）；
综合列式计算：[(7+15−10)×2+3] ×2=54（米）。

7.2 多个量的还原问题

例 4

甲、乙两组的沙袋经历了两次交换。第二次交换后两组沙袋相等，又知沙袋总数为 140 只，所以这时两组各有沙袋 70 只。可以从 70 只开始倒推，列表倒推如表 2：

表 2

	甲组	乙组
最后结果	140÷2=70	140÷2=70
第二次交换前	70−8=62	70+8=78
第一次交换前（原来）	62+5=67	78−5=73

所以原来甲组有沙袋 67 只，乙组有沙袋 73 只。

练习 2

3 个笼子里的兔子不管怎样取，36 只的总数始终不变。变化后“3 个笼子里的兔子一样多”，可以求出现在每个笼子里的兔子是 36÷3=12（只）。根据“从第 1 个笼子里取出 8 只放到第 2 个笼子里”，可以知道第 1 个笼子里原来养了 12+8=20（只）；再根据“从第 2 个笼子里取出 6 只放到第 3 个笼子里”，所以第 3 个笼子里原有：12−6=6（只），第 2 个笼子里原有：36−20−6=10（只）。

例 5

从最后一步倒着分析。因为第三次是从甲堆拿出棋子放到乙堆，这样做的结果是两堆棋子都是 32 个，因此，在未进行第三次移动之前，乙堆只有 32÷2=16（个）棋子，而甲堆的棋子数是 32+16=48（个），这样再逆推下去，逆推的过程可以用表 3 来表示，表中的箭头表示给棋子的方向，箭头的反方向为逆推的方向。所以，甲堆原有 44 个棋子；乙堆原有 20 个棋子。

表 3

	甲 ③ 乙 ① ②	
结果	32	32
第三次交换前	48	16
第二次交换前	24	40
第一次交换前	44	20

开放试题

见表 4

表 4

	A	B	C
第三次 C 倒入 AB 后	16	16	16
第二次 B 倒入 CA 后	8	8	32
第一次 A 倒入 BC 后	4	28	16
原来有油	26	14	8

本讲巩固

1．根据题意，一个数，经过加法、乘法、减法、除法的变化，得到结果为 6，应用倒推法，由结果 6，根据加、减法与乘、除法互逆运算，倒着往前计算。6×6=36，36+6=42，42÷6=7，7−6=1

2．根据已知条件，可以先分步写出算式：
（　）+1 →（　）−10 →（　）×2 →（　）÷3 → 4。然后用倒推法从后往前进行计算。答案是：（15）+1 →（16）−10 →（6）×2 →（12）÷3 → 4，这个数是 15。

3．根据题意，画出线段图如图 18，利用倒推法可得：



图 18

所以这段五彩布原来长为：8×2×2=32（米）。

4．倒推法，把个位上的 5 看作 9，相当于把正确的和多算了 4，求正确的和，应把 4 减去；把十位上的 8 看作 3，相当于把正确的和少算了 50，

求正确的和，应把 50 加上去。所以正确的和是：123+50−4=169。即：123+(80−30)−(9−5)=169。

5．因为这时甲、乙、丙三个小组的图书本数相同，所以现在甲、乙、丙各有的本数为：120÷3=40（本）；用列表法，列表如表 5：

表 5

变化次数	甲的本数	乙的本数	丙的本数
最后	40	40	40
第二次后	40	40+9=49	40−9=31
第一次后	40+20=60	49−20=29	31

第 8 讲　方阵

8.1　实心方阵

例 1

（1）18^2=324；

（2）17×4=68 或 18×4−4=68；

（3）18−2=16；15×4=60 或 68−8=60；

（4）60×3=180。

例 2

最外层每边人数：(72+4)÷4=76÷4=19（人）；

19×19=361（人）；

答：这个体操方阵有 361 人。

练习 1

甲取走的是 56,40,24,8，乙取走的是 48,32,16,1，甲比乙多取 31 枚。

例 3

填上 17 枚棋子，正好可以增加一排一列，此时每条边有（17−1）÷2+1=9（枚）棋子，那么原来的方阵每条边有 9−1=8（枚）棋子，原来实心方阵的总棋子数：8×8=64（枚）

8.2　空心方阵

例 4

方法一：最外层共有 12×4−4=44（盆），第二层共有 44−8=36（盆），第三层共有 36−8=28（盆），所以共有 44+36+28=108（盆）。

方法二：第二层每边有 12−2=10（盆），第二层共有 10×4−4=36（盆），所以共有 36×3=108（盆）。

练习 2

中间层总数为 180÷3=60（人），则每边有 60÷4+1=16（人），所以最外层每边有 16+2=18（人）。

例 5

方阵相邻两层棋子数差为 8，又知两层棋子数和为 64，由和差问题，外层有 (64+8)÷2=36（枚）棋子，如果再增加一层，需要增加 36+8=44（枚）。

开放试题

100 以内的平方数，只有 6^2=36=1+2+3+4+5+6+7+8；所以 36 既可以组成边长为 6 的方阵，也能组成边长为 8 的正三角形点阵。

本讲巩固

1．可以根据“实心方阵总人数＝每边人数×每边人数”得到 9 行 9 列的实心方阵人数为：9×9=81（人）。

2．每边有 32÷4+1=9（人），共 9^2=81（人）。

3．(13−1)÷2=6（人），所以原来的方阵有 6×6=36（人）。

4．方阵每向里面一层，每边的个数就减少 2 个。知道最外面一层每边放 14 个棋子，就可以求出第二层每边的个数。知道各层每边的个数，就可以求出总数。(14−1)×4=52（个），(14−2−1)×4=44（个），52+44=96（个），一共用了 96 个棋子。

5. 中间层总数为 120÷3=40（个），则每边有 40÷4+1=11（个），所以最外层每边有 11+2=13（个）。

第 9 讲　巧填算符

9.1　经典方法

例 1

（1）本题的结果是 1，由于“相同两数的商等于 1”，“1 乘以 1 等于 1”以及“1 加 0 等于 1”等结论。可

以发现用四个 4 凑 1，有以下几种情况：
44÷44=1 或 4÷4×4÷4=1 或 4+4÷4-4=1 或 4÷4÷(4÷4)=1，等等。
（2）4−(4+4)÷4=2 或 4×4÷(4+4)=2 或 4÷4+4÷4=2
（3）(4+4+4)÷4=3
（4）4+(4−4)×4=4
（5）(4×4+4)÷4=5
（6）(4+4)÷4+4=6
（7）4+4−4÷4=7
（8）4+4−4+4=8
注：另外 4 个 4 也可以凑出 0,9,10，例如：4+4−4−4=0，4+4+4÷4=9，(44−4)÷4=10。

练习 1

倒推法，如果最后填“+”，有 3 ◯ 3 ◯ 3 ◯ 3+3=6，如果倒数第二个填“+”，有 3 ◯ 3 ◯ 3+3+3=6，所以 3 ◯ 3 ◯ 3=0 有：(3−3)×3=0，3×(3−3)=0，(3−3)÷3=0，所以：(3−3)×3+3+3=6，3×(3−3)+3+3=6，(3−3)÷3+3+3=6，如果最后填“−”，“×”，“÷”，参考答案：3×3−3+3−3=6，(3÷3+3÷3)×3=6，(3×3+3×3)÷3=6，等等。

例 2

888+88+8+8+8=1000

例 3

首先考虑右端“3 3”，它有四种添法：3+3=6；3−3=0；3×3=9；3÷3=1；再观察左端“8 2 3”，对于 3+3=6，由于 6 是偶数，左端唯一的奇数 3 前面只能添“×”，也就是 8 2=2，但是 8 与 2 无法凑出 2，所以这种情况下没有符合条件的添法。对于 3−3=0 也找不到合适的添法。对于 3×3=9，由于 9 是奇数，左端唯一的奇数 3 前面只能添“+”或“−”。如果添“+”，则 8 2=6，也就是 8−2=6；如果添“−”，则 8 2=12，无法凑出。对于 3÷3=1，由于 1 是奇数，左端唯一的奇数 3 的前面只能添“−”。则 8 2=4，也就是 8÷2=4。综上，只有两种符合条件的添法。

例 4

987+6+5+4−3+2−1=1000。

9.2 24 点游戏

例 5

本题所使用的四个数是 2,3,4,6，开动脑筋，用已知数凑成所需的数。如：
根据 4×6=24,24×1=24 和 24÷1=24，可以组成的算式有：
4×(6÷2+3)=24；4×6×(3−2)=24；4×6÷(3−2)=24
根据 3×8=24，可以组成的算式有：3×(6+4−2)=24，(6−3)×2×4=24
根据 12+12=24，可以组成的算式有：2×6+3×4=24
根据 18+6=24，可以组成的算式有：3×6+2+4=24
如果考虑加法、乘法交换律，还可以组成许多算式。符合题目要求的部分答案是：
4×(6÷2+3)=24；4×6×(3−2)=24；4×6÷(3−2)=24；3×(6+4−2)=24；(6−3)×2×4=24；2×6+3×4=24；3×6+2+4=24；3×(2×6−4)=24

练习 2

用这四个数列出的算式和结果等于 24，可以从结果等于 24 的一些算式中去考虑，这种算式很多，如：2×12=24,6×4=24,30−6=24,120÷5=24……但是，我们可以使用的数是 6,5,10,2 和运算符号，这就要动脑筋，用已知数凑成所需的数。例如：
根据 2×12=24，可以组成的算式有：
2×(10×6÷5)；
(10÷5)×(2×6)；
2×(10÷5×6)；
(10÷5)×(6×2)。
根据 4×6=24，可以组成的算式有：10÷5×2×6；10×2÷5×6。
根据 30−6=24，可以组成的算式有：10×(5−2)−6；
根据 120÷5=24，可以组成的算式有：10×2×6÷5；
如果交换乘数的位置，还可以组成许多算式。

开放试题

根据题意，该算式是丢了括号，如果括号加在除法或乘法的两侧是没有意义的，所填括号要改变运算顺序，所以括号应该填在含有加减运算的两边。从左往右看，如果把括号加在“5+7”两侧，得 12，再乘 8 得 96，再加上后面的结果肯定大于 75。如果加在“8+12”的两侧，则有 5+7×20÷4−2=38，小于 75，如果要使除数变小，那么再在“4−2”的两侧加括号，则有 5+7×20÷2=75，恰好成立。

5+7×(8+12)÷(4−2)=75。

本讲巩固

1．6+6+6+6÷6=19

2．999+9÷9+9−9=1000

3．首先观察右端“3 3”，它有四种填法：3+3=6，3−3=0，3×3=9，3÷3=1；对于 3+3=6：由于 6 为双数，左端唯一的双数 2 必须是“×”，试算可得，左端可填 9×2÷3=6，所以只有一种填法：9×2÷3=3+3，经过试算，3−3，3×3，3÷3 这三种情形左端都没有合适的填法。

4．首先找到一个比较接近 60 的数，那就是 45，然后考虑前面的 1,2,3 能否组成一个算式得数是 15，这样和正好是 60。12 加上 3 正好得 15，算式成立。所以最后结果是 12+3+45=60。

5．(9−5)×(9−3)=24 或 9÷3×5+9=24

第 10 讲　小数的认识

10.1　小数的意义

例 1

（1）7.9 读作七点九

（2）7.98 读作七点九八

（3）1.41 读作一点四一

（4）39.4 读作三十九点四

（5）38.2 读作三十八点二

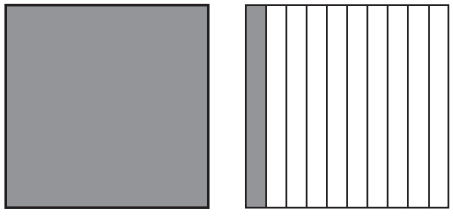
（6）8.5 读作八点五

练习 1

（1）零点五

（2）一点二

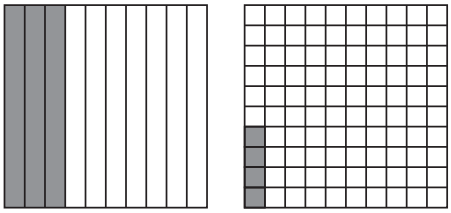
例 2



（a）　　（b）

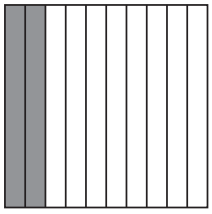
$\frac{(1)}{10}=(0.1)$

1



（c）　　（d）

$\frac{(3)}{10}=(0.3)$　　$\frac{(4)}{100}=(0.04)$



（e）

分数（$\frac{2}{10}$）小数（0.2）

图 19

练习 2

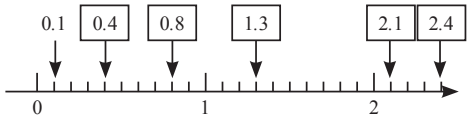


图 20

例 3

0.3<2.3；1.1>0.9；3.8>3；4.5<5.4；2.5>2.4；0.8 米 <0.9 米；1.6 元 <6 元 1 角

10.2　小数点的移动

例 4

（1）2.01356 $\xrightarrow{\times10}$ 20.1356 $\xrightarrow{\times10}$ 201.356 $\xrightarrow{\times10}$ 2013.56 $\xrightarrow{\times10}$ 20135.6

（2）2.01356 $\xrightarrow{\times100}$ 201.356 $\xrightarrow{\times100}$ 20135.6

（3）2.01356 $\xrightarrow{\times1000}$ 2013.56 $\xrightarrow{\times1000}$ 2013560

（4）12345.6 $\xrightarrow{\div10}$ 1234.56 $\xrightarrow{\div10}$ 123.456 $\xrightarrow{\div10}$ 12.3456 $\xrightarrow{\div10}$ 1.23456

（5）12345.6 $\xrightarrow{\div100}$ 123.456 $\xrightarrow{\div100}$ 1.23456

（6）12345.6 $\xrightarrow{\div1000}$ 12.3456 $\xrightarrow{\div1000}$ 0.0123456

例 5

（1）1 元 3 分 =1.03 元　　137 角 =13.7 元

17.03 元 =17 元 0 角 3 分

（2）15 分米 =1.5 米　　510 米 =0.51 千米

5 米 16 厘米 =5.16 米

（3）0.15 千克 =150 克　　3.001 吨 =3 吨 1 千克

9 千克 750 克＝ 9.75 千克

开放试题

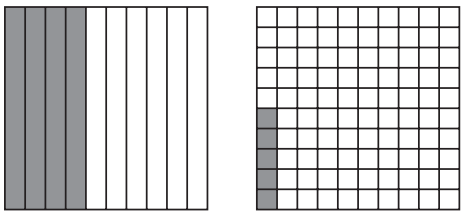
（1）（1）+（0.2）=（1.2）

（2）（3）+（0.2）+（0.03）=（3.23）

（3）（2）+（0.04）=（2.04）

本讲巩固

1.



（a）　　（b）

分数$\left(\frac{4}{10}\right)$　　分数$\left(\frac{5}{100}\right)$

小数（0.4）　　小数（0.05）

图 21

2.

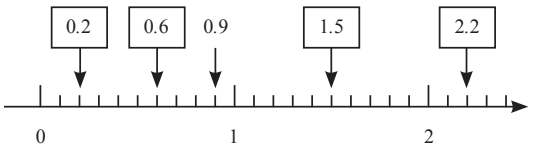


图 22

3.（1）7.9<8.2；（2）1.374>1.3；（3）6.35 米 <6.53 米

4.（1）9.87654 $\xrightarrow{\times 10}$ 98.7654 $\xrightarrow{\times 100}$ 9876.54 $\xrightarrow{\times 1000}$ 9876540

（2）658741.2 $\xrightarrow{\div 10}$ 65874.12 $\xrightarrow{\div 100}$ 658.7412 $\xrightarrow{\div 1000}$ 0.6587412

5.（1）5 元 9 角 8 分 =5.98 元

10.09 元 =10 元 0 角 9 分

（2）5 千克 700 克 =5.7 千克

2.78 吨＝ 2 吨 780 千克

（3）5 米 6 分米＝ 56 分米

4.2 米＝ 4 米 20 厘米

第 11 讲　平行四边形与梯形

11.1　认识平行四边形、梯形和高

例 1

(1)梯形(等腰梯形）（2)正方形 （3)平行四边形(菱形）（4）梯形 （5）长方形 （6）平行四边形 （7）梯形（直角梯形）（8）平行四边形 （9）正方形（菱形）（10）梯形（等腰梯形）

例 2

如图 23，答案不唯一。

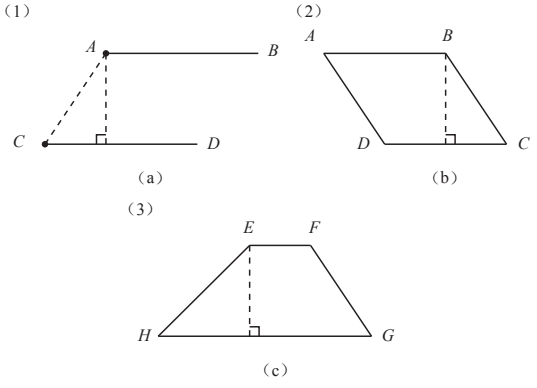


图 23

练习 1

如图 24。

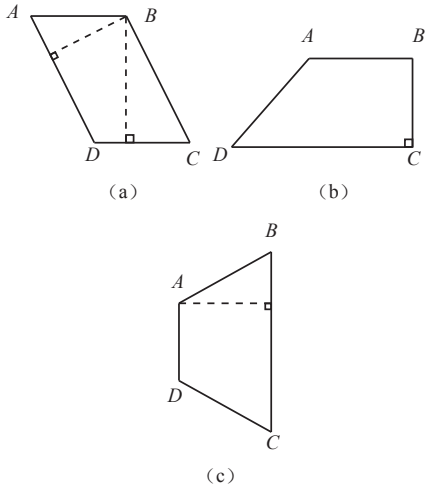


图 24

11.2 平行四边形

例 3

（1）我们可以数出长方形长是 8，宽是 4，则长方形共有 8×4=32 个小方格，面积是 32 平方厘米。

将平行四边形进行割补，如图 25 所示，把左边割掉的直角三角形移动到右边，则平行四边形变成了一个长方形，这个长方形的长等于平行四边形的底，是 8 厘米，宽等于平行四边形的高，是 4 厘米，所以这个平行四边形面积也是 32 平方厘米，我们可以总结出平行四边形的面积公式是：平行四边形面积 = 底 × 高。

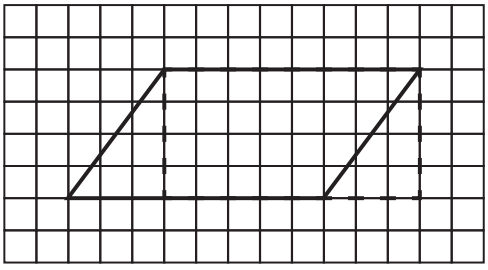


图 25

（2）平行四边形 *ABCD* 面积为 3×5=15（平方厘米）

例 4

左边平行四边形的底为 2，高为 3，所以面积为 2×3=6；

右边平行四边形的底为 4−3=1，高为 4，所以面积为 1×4=4；

所以阴影部分的面积为：6+4=10。

11.3 梯形

例 5

（1）方法一：如图 26，两个梯形可以拼成一个平行四边形，可以利用平行四边形的面积公式求出新的平行四边形后除以 2 就是要求梯形的面积，所以梯形面积为 10×4÷2=20（平方厘米）。

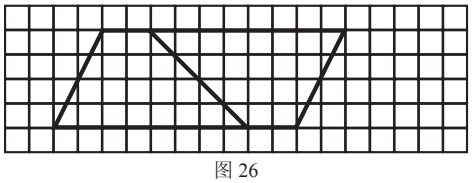


图 26

方法二：如图 27，利用分割可以把梯形变成一个长方形，所以梯形的面积为 5×4=20（平方厘米）。

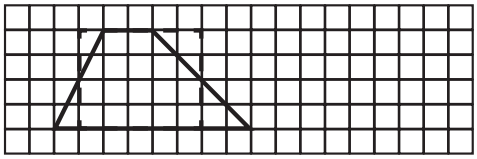


图 27

（2）梯形面积公式的应用，梯形 *ABCD* 的面积为 (8+10)×6÷2=54（平方厘米）。

练习 2

上底 + 下底 = 面积 ×2÷ 高，所以 *AB*+*CD*=50×2÷5=20（厘米）。

那么，*AB*=(20−4)÷2=8（厘米），*CD*=8+4=12（厘米）。

开放试题

如图 28，不难看出四边形 *EFCD* 是一个正方形，所以 *EF*=*FC*=*CD*=*ED*=5 厘米，因此 *AE*=*BF*=2 厘米，并且四边形 *HBFG* 也是一个正方形，所以 *BH*=*HG*=*GF*=*FB*=2 厘米，因此 *AH*=5−2=3（厘米），所以阴影图形的面积是 (3+5)×2÷2=8（平方厘米）。

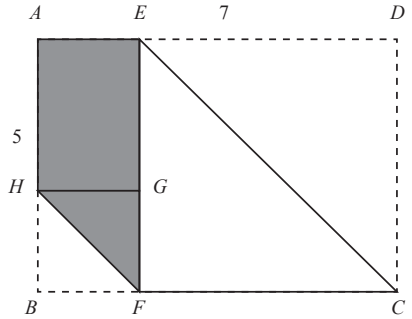
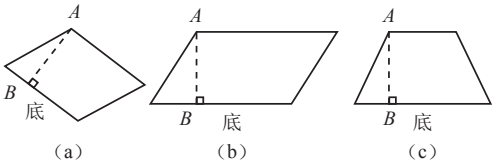


图 28

本讲巩固

1．如图 29（a）、（b）、（c），每个图形中的 *AB* 为所求高。



（a）　（b）　（c）

图 29

2．底 *BC*=12 厘米，对应的高为 *AE*=6 厘米，平行四边形 *ABCD* 的面积 =*BC*×*AE*=12×6=72（平方厘米）。

3．*AE*=32÷8=4（厘米）

4．梯形面积 =(4+14)×10÷2=90（平方厘米）。

5．阴影是直角梯形上底是 6 厘米，下底是 8 厘米，高为 8−6=2（厘米），所以面积是 (6+8)×2÷2=14（平方厘米）。

第 12 讲　年龄问题

12.1　和差倍型年龄问题

例 1

如果把弟弟的年龄看成 1 份量，那么哥哥的年龄就是 2 份量，年龄和就是 3 份量，所以 1 份量就是 36÷（1+2）=12（岁），即弟弟的年龄就是 12 岁，哥哥的年龄是 12×2=24（岁）

练习 1

小明的年龄：(52−2)÷(4+1)=10（岁），
爸爸的年龄：52−10=42（岁），
小明与爸爸的年龄差：42−10=32（岁）。

例 2

今年小宁比妈妈小 33−9=24（岁），那么小宁永远比妈妈小 24 岁。几年后小宁是妈妈岁数的一半时，即妈妈年龄是小宁的 2 倍时，妈妈仍比小宁大 24 岁。这是个差倍问题。以小宁的年龄作为 1 倍量，妈妈年龄是 2 倍量，所以妈妈比小宁大的岁数也是 1 倍量，即 1 倍量代表着 24 岁。所以小宁 24 岁时是妈妈年龄的一半，因此再过 24−9 ＝ 15（年）。

例 3

今年东东和西西的年龄和是 25+3−4=24（岁），今年东东的年龄：(24−4)÷2=10（岁），今年西西的年龄：24−10=14（岁）。

12.2　增减变化型年龄问题

例 4

当甲是乙的岁数时，相当于甲、乙同时减少一个年龄差；当乙是甲的岁数时，相当于甲、乙同时增加一个年龄差，因此 5 与 50 之间相当于 3 个年龄差，所以年龄差为 (50−5)÷3=15（岁），乙：5+15=20（岁），甲：20+15=35（岁）。

例 5

10 年前到 15 年后，前后共经过：15+10=25（年），父子应各自比 10 年前增加 25 岁。假设此时父亲的年龄仍然是儿子的 7 倍，父亲的年龄应增加 25×7=175（岁），要比实际年龄多增加 175−25=150（岁），而实际倍数相差 7−2=5 倍，可以知道这 150 岁就相当于 15 年后儿子年龄的 5 倍。因此，15 年后儿子的年龄是：150÷5=30（岁），父亲的年龄是：30×2=60（岁），儿子现在的年龄是 30−15=15（岁），父亲现在的年龄是：60−15=45（岁）。

练习 2

5−1=4，今年父子的年龄差是儿子的 4 倍，15 年后父子的年龄差是儿子的 2−1=1 倍，这说明过了 15 年后，儿子的年龄是现在的四倍，根据差倍问题的公式可以计算出儿子今年的年龄是 15÷(4−1)=5（岁），父亲今年是 5×5=25（岁）。

开放试题

表弟今年年龄的 4−1×2=2（倍）对应的是：20×2−20−12=8（年），由此可以求出表弟今年的年龄，使问题得解。8÷2=4（岁），4×4=16（岁）。所以表弟今年 4 岁，彬彬今年 16 岁。

本讲巩固

1．妈妈的年龄是孩子的 4 倍，爸爸和妈妈同岁，那么爸爸的年龄也是孩子的 4 倍，把孩子的年龄作为 1 倍数，已知三口人年龄和是 72 岁，那么孩子的年龄为：72÷(1+4+4)=8（岁），妈妈的年龄是：8×4=32（岁），爸爸和妈妈同岁为 32 岁。

2．此题关键要抓住年龄差不变，当父亲的年龄是儿子的 8 倍时，儿子的年龄是 1 份，父亲的年龄是 8 份，他们的年龄差是 8−1=7（份），因为他们的年龄差始终保持不变，年龄差是 44−16=28（岁），所以一份是 28÷7=4（岁），即儿子的年龄是 4 岁，父亲的年龄是儿子的 8 倍，父亲的年龄是 4×8=32（岁），此时他们的年龄和是 4+32=36（岁）。

3．小晴 2 年前的年龄与小晶 1 年后的年龄相等，所以小晴比小晶大 3 岁。又知小晴 3 年前与小晶 2 年后的年龄和是 20 岁，即小晶今年年龄：
（20+3−2−3）÷2=9（岁），小晴今年年龄：9+3=12（岁）。

4．据小鲸鱼说的话，再过它和妈妈的年龄差年，

妈妈就 43 岁，据鲸鱼妈妈说的话，在它们的年龄差年前，小鲸鱼只有 1 岁，所以，由 1 到 43 之间含有 3 个年龄差，所以年龄差为：(43−1)÷3=14（岁），小鲸鱼现在的年龄是：1+14=15（岁），鲸鱼妈妈现在的年龄是：15+14=29（岁）。

5．年龄差不变，差为 4÷(3−1)=2（岁）所以，小明今年 2 岁。

第 13 讲　带余除法初步

13.1　被除数、除数、商和余数

例 1

46÷ 除数 = 商……1，46−1=45，45÷ 除数 = 商……0，45= 除数 × 商，45=3×15=5×9，因为“余数小于除数且除数是一位数”那么符合条件的所有的一位数有 3,5,9。

例 2

被除数 ÷ 除数 =7，所以根据和倍问题可知，除数为 48÷（7+1）=6，所以被除数为 6×7=42。

练习 1

被除数 =4× 除数 +8，被除数减去 8 后是除数的 4 倍，所以根据和倍问题可知，除数为（73−8）÷（4+1）=13，所以，被除数为 13×4+8=60。

例 3

78÷ 除数 =8……（除数 −3），81÷ 除数 =9……0 被除数加上除数与余数的差 3 的和刚好是除数的 9 倍，则除数为 (78+3)÷9=9，余数为 6。

练习 2

128÷ 除数 =9……（除数 −2），130÷ 除数 =10……0 被除数加上除数与余数的差 2 的和刚好是除数的 10 倍，则除数为（128+2）÷10=13，余数为 11。

13.2　余数的性质

例 4

（1）(25+34）÷6=9……5

（2）(45+26）÷7=10……1

（3）所以余数的和为 5+6=11，11÷8=1……3，余数为 3

（4）余数的和为 5+6+7=18，18÷8=2……2，余数为 2

例 5

（1）(82−50)÷6=5……2

（2）(74−22)÷6=8……4

（3）余数的差是 4，所以余数是 4。

（4）余数不够减时借 1 当 6 用来减，3+6=9，9−5=4，所以余数是 4。

开放试题

两个顾客买的货物重量是 3 的倍数。(15+16+18+19+20+31)÷(1+2)=119÷3=39……2，剩下的一箱货物重量除以 3 应当余 2，只能是 20 千克。

本讲巩固

1．被除数 ÷ 除数 =5，所以根据和倍问题可知，除数为 36÷(5+1)=6，所以被除数为 5×6=30。

2．因为被除数减去 3 后是除数的 8 倍，所以根据和倍问题可知，除数为 (48−3)÷(8+1)=5，所以被除数为 5×8+3=43。

3．43=8× 除数 + 余数，被除数加上除数与余数的差 2 的和刚好是除数的 9 倍，则除数为 (43+2)÷(8+1)=5，余数为 3。

4．50÷ 除数 = 商……2，50−2=48，48= 除数 × 商，48=1×48=2×24=3×16=4×12=6×8，因为“余数小于除数且除数是一位数”那么符合条件的所有的数有 3,4,6,8。

5．（1）余数的和为 6+7=13，13÷8=1……5，余数为 5。

（2）$2a+b+c=a+a+b+c$，所以余数的和为 5+5+6+7=23，23÷10=2……3，余数为 3。

第 14 讲　简单统计

14.1　统计表

例 1

2004 年该校图书有 15080 册，从 2003 年到 2007

年该校图书增加的册数为：
21760−14600=7160（册）

例 2

根据信息制作统计表如表 6：

表 6　红星小学三（一）班同学所喜爱的电视节目统计表

性别 / 栏目	合计	男生	女生
总计	76	40	36
新闻节目	17	9	8
体育节目	15	11	4
电视剧	20	8	12
其他	24	12	12

通过统计表可以看出喜爱体育节目的人数较少。

14.2　条形统计图和折线统计图

例 3

（1）本答案仅供参考，答案不唯一。提出的问题可以是：
统计图中横、纵坐标各表示什么意义？
五（甲）班和五（乙）班各有多少人？
每种蔬菜喜欢吃的人各有多少？
喜欢吃芹菜的人比喜欢吃萝卜的少几人？
五（甲）班喜欢吃花菜的人数是五（乙）班的几分之几？
（2）看了统计图可以了解很多信息，如：
五年级学生喜欢吃生菜的人有 15 人，喜欢吃菠菜的人有 19 人，喜欢吃花菜的人有 19 人，喜欢吃番茄的人有 18 人，喜欢吃芹菜的人有 11 人，喜欢吃萝卜的人有 12 人。
五年级学生最喜欢吃的蔬菜是菠菜、花菜、番茄。最不喜欢吃的是芹菜和萝卜。
（3）根据以上的信息可以提出建议：
五年级学生最喜欢吃的蔬菜是菠菜、花菜、番茄，建议食堂可以多做这些菜。
最不喜欢吃的是芹菜和萝卜，可能是因为食堂烧得不够好，建议食堂可以提高做菜的水平或少做这些菜。
五年级学生可能有挑食现象，建议五年级的学生要避免偏食，各种蔬菜都要吃。

练习 1

通过统计图，如图 30 可以看出，前四次测验的平均分是 78 分，要使平均分提高 4 分，即平均分为：78+4=82（分），即第 5 次测验后的总成绩为：82×5=410（分），前四次测验总分为：78×4=312（分），第 5 次测验的成绩为：410−312=98（分），或者第 5 次测验成绩至少得：78+4×5=98（分）。

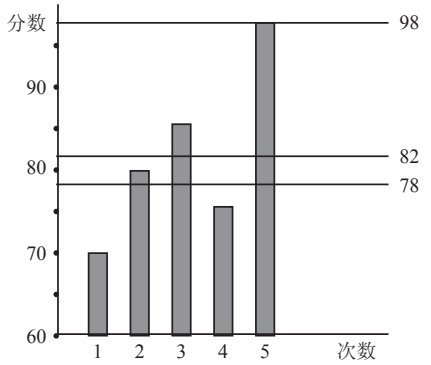


图 30

例 4

如图 31。

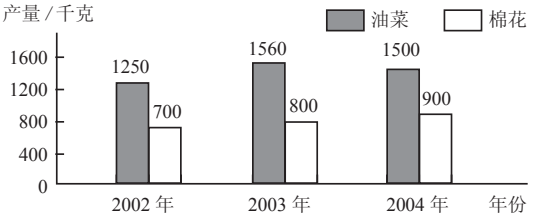


图 31　兴农科技站 2002 ～ 2004 年的油菜和棉花试验田产量统计图

例 5

复式折线图可以用于同类事物的比较。
（1）季节的变化对销售额有一定的影响。春节在 1 月份，两个商场 1 月份销售额都比 2 月份高；3 月和 4 月因为换季，两个商场的销售额都有增加，在 4 月份达到上半年的最高销售额，而 5，6 月份又有下落，这些都反映了季节变化的影响。
（2）乙商场在 3，4 月份的促销活动使乙商场的销售额大幅度增加，并且超过甲商场，说明促销活动对促进营销的确有作用，但活动过后，乙商场的销售额又大幅度下落，仍然低于甲商场，所以促销活动并不能从根本上改善乙商场的经营状况。
（3）甲商场的月平均销售额为：(80+60+100+120+80+70)÷6=85（万元）。
乙商场的月平均销售额为：(60+30+120+140+60+40)÷6=75（万元）。
（4）单从销售额看，甲商场一般情况下的销售额较

乙商场高，月平均销售额也高于乙商场，所以可认为甲商场销售情况较好。但销售额受许多因素的影响（如商场所处地段、规模、经营的商品的性质、经营管理的水平、促销行为，等等），如果单独比较销售额的多少，难免有片面性。

练习 2

（1）8 月平均气温最高，1 月平均气温最低；

（2）3,4 月之间气温上升最快，10,11 月之间气温下降最快；

（3）问题合理即可，例如：2004 年全年的平均气温是多少？

开放试题

如图 32。

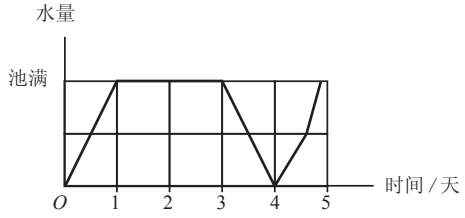


图 32

本讲巩固

1．如表 7。

表 7

人数 / 科目 / 性别	数学小组	生物小组	航模小组	美术小组	总计
男生	14	7	13	12	46
女生	8	8	4	12	32
合计	22	15	17	24	78

2．如表 8：20+16=36（万元）；

42−18=24（万元）；

126−36−42=48（万元），48−26=22（万元）；

永红分店的 10,11,12 月营业总额：20+24+26=70（万元），

胜利分店 10,11,12 月营业额：16+18+22=56（万元）；

表 8　某连锁店 2009 年第四季度营业额统计表

月份 / 分店	合计	10 月	11 月	12 月
合计	126	（36）	42	（48）
永红分店	（70）	20	（24）	26
胜利分店	（56）	16	18	（22）

3．（1）(400+416+440+450+470+500)÷6=2676÷6=446（辆）

（2）500−400=100（辆）

（3）(450+470+500)−(400+416+440)=164（辆）

4．（1）如表 9。

表 9

车种	小汽车	大客车	载重车	摩托车
数量（辆）	65	44	25	13

（2）略；

（3）2；5；略。

5．(90+95+85+90+100)÷5=92（分）

第 15 讲　点线排布

15.1　点、线位置关系

例 1

交点个数从左到右分别为：3,1,3,3,2。图略。

例 2

0 个，1 个，2 个，3 个，答案如图 33(a)、(b)、(c)、(d)。

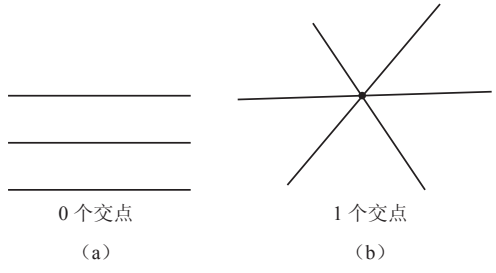


图 33

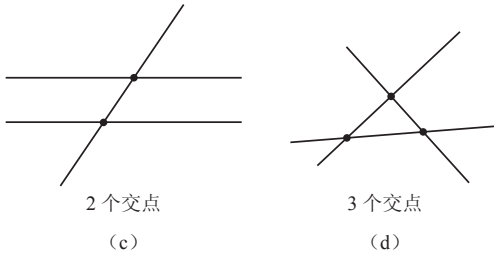
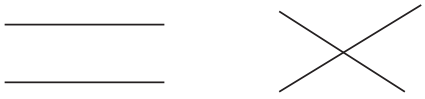


图 33（续）

练习 1

0 个或 1 个如图 34（a）、（b）



（a）　　（b）

图 34

例 3

方法一：递归方法。让每条直线都穿过尽量多的点。第一条直线 0 个交点；第二条直线和第一条直线 1 个交点；第三条直线和前两条直线有 2 个交点……因此：

（1）2 条直线有 1 个交点，每条线上有 1 个点。

（2）3 条直线有 1+2=3（个）交点，每条线上有 2 个点。

（3）4 条直线有 1+2+3=6（个）交点，每条线上有 3 个点。

（4）5 条直线有 1+2+3+4=10（个）交点，每条线上有 4 个点，每个点上有 2 条线。

（5）n 条直线有 $1+2+3+\cdots+(n-1)=n\times(n-1)\div2$（个）交点，每条线上有 $n-1$ 个点。

方法二：n 条直线，每条直线都与其余 $n-1$ 条直线有交点，因此 n 条直线共有 $(n-1)\times n$ 个交点，每个交点由两条直线共用，因此有 $(n-1)\times n\div2$ 个交点。

如图 35，每线 4 点，每点 2 线，$4\times5\div2=10$。

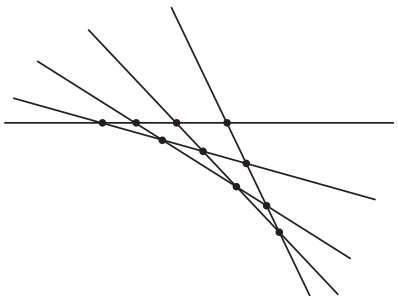


图 35

练习 2

1+2+3+4+5=15（个）交点。

15.2　几何图形构造

例 4

如图 36。

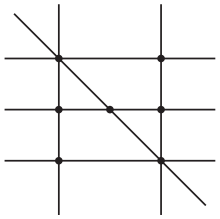


图 36

例 5

如图 37（a）、（b）、（c）、（d）。

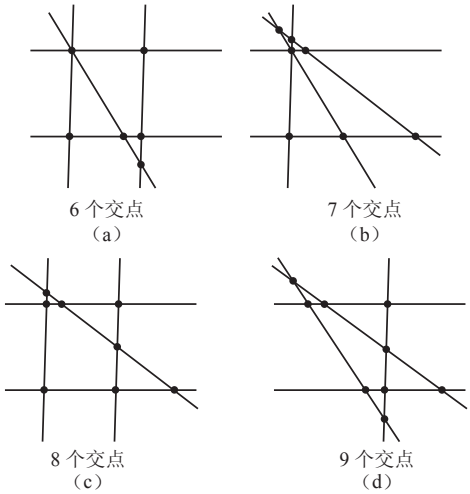


图 37

开放试题

构造方法：很容易做到 9 点 8 线：只要找只有 2 点的两条线，在上面再加一点即可。关键是如何找到第 9 条线。如图 38（a）、（b）、（c）、（d）给出了几个方法。

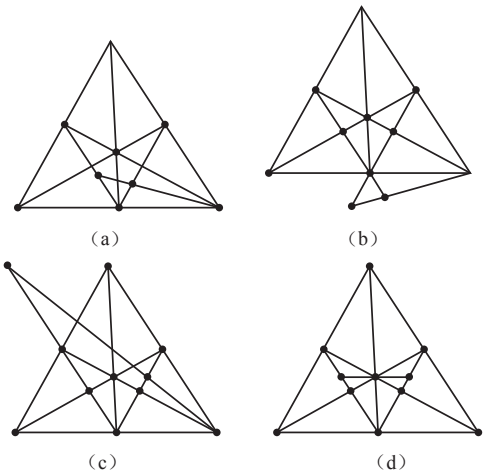


图 38

本讲巩固

1. 如图 39 所示，圆点为这些直线的交点，一共 5 个。

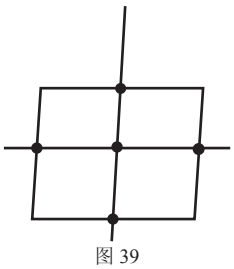
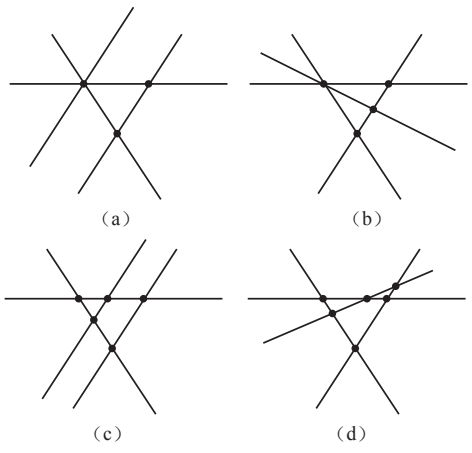


图 39

2．1+2+…+9=45（个）

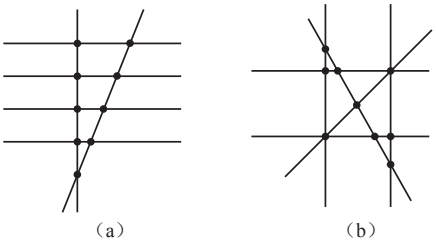
3．如图 40（a）、（b）、（c）、（d）思考下一条线需要和之前的几条线产生交点。利用共点和平行构造。



（a）　（b）　（c）　（d）

图 40

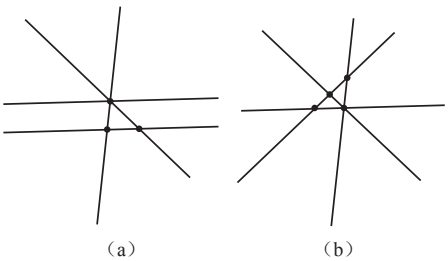
4．如图 41（a）、（b）思考下一条线需要和之前的几条线产生交点。利用共点和平行构造。



（a）　（b）

图 41

5．如图 42（a）、（b）



（a）　（b）

图 42

第 16 讲　等差数列初步

16.1　等差数列通项公式与项数公式

例 1

（1）7+1×(12−1)=18

（2）2+(21−1)×3=62

例 2

（1）(70−1)÷3+1=24

（2）(96−4)÷4+1=24

练习 1

（1）从莫莫开始，每位同学所报的数组成一个等差数列，首项为 3，末项为 25，公差为 2。则人数就等于这个等差数列的项数，而首项与末项相差（项数 −1）个公差。所以项数 =(25−3)÷2+1=12，因此队伍里一共有 12 个人。

（2）与（1）类似，此时首项为 17，末项为 150，公差为 7，则项数 =(150−17)÷7+1=20。

16.2　等差数列求和

例 3

（1）项数：78−3+1=76，求和：

3+4+5+6+…+76+77+78=(3+78)×76÷2 =3078

（2）项数：(99−1)÷2+1=50，求和：

1+3+5+7+…+87+99=(1+99)×50÷2=2500

（3）项数：(46−4)÷3+1=15，求和：

4+7+10+13+…+40+43+46=(4+46)× 15÷2=375

练习 2

(37−1)÷3+1=13（项）；(37+1)×13÷2=247

例 4

（1）中项公式求和：49×7=343

（2）数列平均数：(303+323)÷2=313；

　　中项公式求和：313×6=1878

（3）数列项数：(105−5)÷5+1=21；

　　中项公式求和：55×21=1155

例 5

数列的中间数（第三层）：555÷5=111（本）；最

上层比第三层多：2×5=10（本），最上层的书数：111−10=101（本）

开放试题

方法一：每一行或者每一列的和均构成一个等差数列，
首项 =11+12+…+20=155，
末项 =20+21+…+29=(20+29)×10÷2=245
或者 =155+(10−1)×10=245。
这 100 个数之和 =(155+245)×10÷2=2000。
方法二：从右上到左下的对角线上的数都是 20，是所在横行与竖列的平均数，所以这 100 个数的平均数是 20，这 100 个数之和是 20×100=2000。

本讲巩固

1．根据等差数列通项公式：
a_{10}=1+(10−1)× 3=28。
2．(47−2)÷3+1=16
3．由等差数列项数公式可得：这个算式有 (36−4)÷4+1=9 项，由等差数列求和公式可得和为 (4+36)×9÷2=180。
4．111×7=777
5．n=5，a_1=120，a_5=216；所以公差是 (216−120)÷(5−1)=24（毫米），
第二直径：120+24=144（毫米），
第三直径：144+24=168（毫米），
第四直径：168+24=192（毫米）。

第 17 讲　页码问题

17.1　页码问题的基本概念

例 1
（1）1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 20 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×11 ＝ 22（个）；
综上所述，这本书共需数字：9+22=31（个）
（2）1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 99 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×90 ＝ 180（个）；
100 ～ 150 页每页上的页码是三位数，共需数字：3×51 ＝ 153（个）；
综上所述，这本书共需数字：9+180+153=342（个）

练习 1
一位数页码有数字 1×9=9（个），两位数页码有数字 2×90=180（个），三位数页码有数字 3×(563−99)=1392（个），共用数字 9+180+1392=1581（个）

例 2
1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 99 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×90=180（个）；
100 ～ 999 页每页上的页码是三位数，共需数字：3×900=2700（个）；
9+180<225<9+180+2700，所以这本书的页数在 100 ～ 999 之间，所有三位数页码共有数字：225−9−180=36（个），每一页用 3 个数字，所以，还有 36÷3=12（页），共有 99+12=111（页）

例 3
一位数共需要数字 1×9=9（个），两位数共需要数字 2×90=180（个），195 个数字就是有三位数 (195−9−180)÷3=2（个），所以再增加 15 页，也都是三位数页码，所以要增加数字：15×3=45（个）。

17.2　数字的出现次数

例 4
（1）枚举法：个位上的 2：2,12,22,32,42,52,62,72,82,92, 出现 10 次；
十位上的 2：20,21,22,23,24,25,26,27,28,29, 出现 10 次；
共 10+10=20（次），即用了 20 个数字“2”。
（2）个位上的 2：因为每连续 10 个数，在个位上就出现一次 2，所以个位上 2 出现 1000÷10=100（次）；
十位上的 2：每连续 100 个数就有 10 个十位是 2 的数，所以十位上 2 出现 1000÷100×10=100（次）；
百位上的 2：1 ～ 1000 有 100 个百位是 2 的数，所以百位上 2 出现 100 次。

所以总共出现 2 的次数是 100+100+100=300（次），即用了 300 个数字“2”。

练习 2

个位：每 10 数中，出现 1 个个位上是“1”的数，所以个位上数字“1”的个数：(200÷10)×1=20（个）；
十位：每 100 个数中，出现 10 个十位上是“1”的数，所以十位上数字“1”的个数：200÷100×10=20（个）；
百位：100 ～ 199 一共 100 个百位上是“1”的数，所以百位上数字“1”的个数：100 个。
一共：100+20+20=140（个）。

例 5

1 ～ 100 会出现 20 个数字“8”，第 24 个“8”出现在第 138 页上，又因为最后一页是含有 8 的页码，说明 138 页是这本书的最后一页，所以这本书有 138 页。

开放试题

略

本讲巩固

1．1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 80 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×71 ＝ 142（个）；
综上所述，这本书共需数字：9+142=151（个）
2．1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 99 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×90=180（个）；
9<137<189，所以这本书的页数在 10 ～ 99 之间，所有两位数页码共有数字：137−9=128（个），每一页用 2 个数字，128÷2=64（页），9+64=73（页）。
3．1 ～ 9 页每页上的页码是一位数，共需数字：1×9=9（个）；
10 ～ 99 页每页上的页码是两位数，共需数字：2×90=180（个）；
100 ～ 999 页每页上的页码是三位数，共需数字：3×900=2700（个）；
189<246<2889，所以这本书的页数在 100 ～ 999 之间，所有三位数页码共有数字：246−189=57（个），每一页用 3 个数字，57÷3=19（页），99+19=118（页）。
4．个位上的 1：因为每连续 10 个数，在个位上就出现一次 1，所以个位上 1 出现 500÷10=50（次）；
十位上的 1：每连续 100 个数就有 10 个十位是 1 的数，所以十位上 1 出现 500÷100×10=50（次）；
百位上的 1：1 ～ 500 有 100 个百位是 1 的数，所以百位上 1 出现 100 次。
这样总共出现 1 的次数是 50+50+100=200（次），即用了 200 个数字“1”。
5．少于 20 个数字，所以答案在 100 页以内，7,17,27,37,47,57,67 共有 7 个，70,71,72,73,74,75 共 6 个，所以这本书有 75 页。

第 18 讲　标数法

18.1　基本图形中的标数法

例 1

如图 43，共有 10 种不同的最短路线。

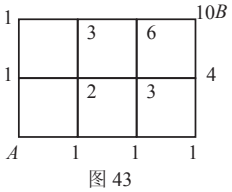


图 43

练习 1

如图 44

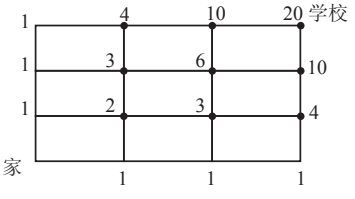


图 44

例 2

如图 45，从北京到黄山最近的道路共有 10 条。

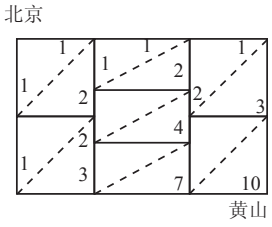


图 45

练习 2

标数法可得 11 条，答案如图 46 所示。

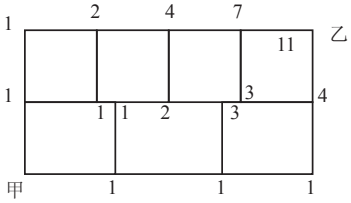


图 46

18.2 特殊图形中的标数法

例 3

方法一：如图 47（a）、（b）用“标数法”求出：从学校到养老院共 126 条路线。必经过市中心的 60 条，所以可行的路有：126−60=66（条）。

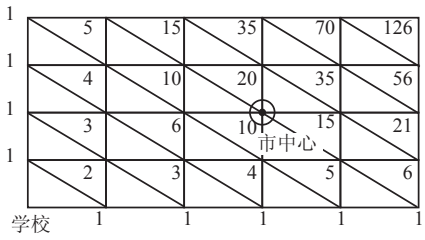


图 47（a）

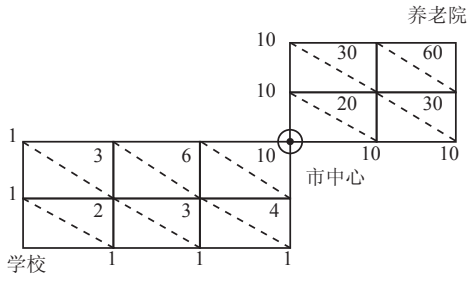


图 47（b）

方法二：如图 47（c）可以直接求，即把含有市中心的田字格挖去，共有 66 条。

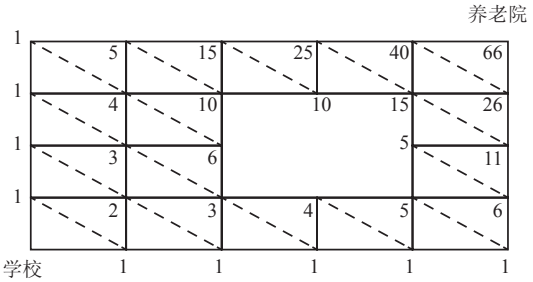


图 47（c）

例 4

如图 48：

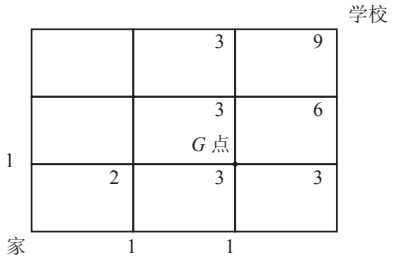


图 48

例 5

“我爱希望杯”的读法也就是从“我”走到“杯”的方法。如图 49 所示，共 1+4+6+4+1=16（种）方法。

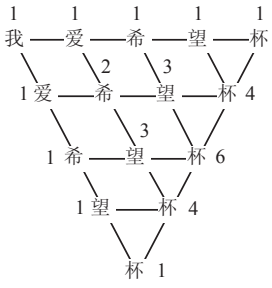


图 49

开放试题

按着“北京欢迎你”的顺序沿水平或竖直方向走，“北”以后的每一个字都只能选择上面的或左右两边的字，按加法原理，用标号法可得图 50。所以一共有 11 种走法。

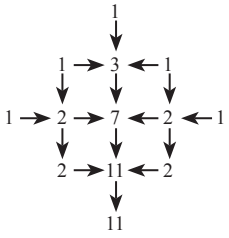


图 50

本讲巩固

1. 从学校到少年宫的最短路线，只能向右或向下走。如图 51，我们可以先看 A 点：从学校到 A 点最短路线只有 1 种走法，我们在 A 点标上 1。B,E,F,G 点同理。再看 J 点：最短路线可以是 $A\to J$、$E\to J$ 共 2 条，我们在 J 点标上 2。我们发现 2=1+1 正好是对角线 A 点和 E 点上的数字和。所有的最短路线都符合这个规律，最终从学校到少年宫共有 10 种走法。

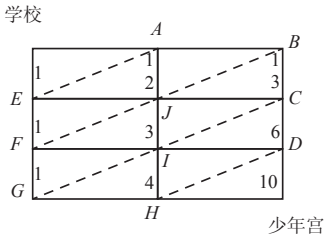


图 51

2．采用标数法（如图 52）。可得从学校到少年宫共有 90 种走法。

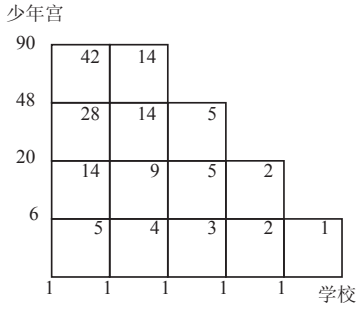


图 52

3．标数法可得共 15 种，答案如图 53。

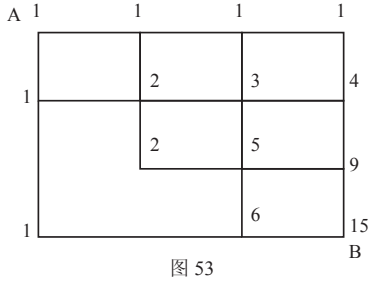


图 53

4．因为 B 在 A 的右上方，由标数法可知，从 A 到 B 的最短路线上，到达任何一点的走法数都等于到它左侧点的走法数与到它下侧点的走法数之和。而 C 是一个特殊的点，因为不能通行，所以不可能有路线经过 C，可以认为到达 C 点的走法数是 0。接下来，可以从左下角开始，按照加法原理，依次向上向右填上到各点的走法数。如图 54，从 A 到 B 的最短路线有 6 条。

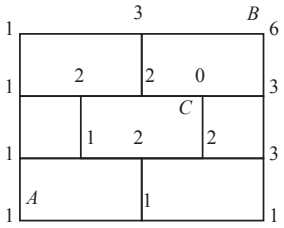


图 54

5．仍然用标数法求解。第一天（无限制条件）共有 16 条；第二天（必须经过公园）共有 8 条；第三天（必须不经过公园）共有 8 条。

第 19 讲　图形计数初步

19.1　正方形计数

例 1

1×1 的正方形有：1+2+3+4+4=14（个）
2×2 的正方形有：1+2+3=6（个）
3×3 的正方形有：1 个
所以一共有 14+6+1=21（个）

例 2

1×1 的正方形有：8 个
2×2 的正方形有：6 个
3×3 的正方形有 0 个
4×4 的正方形有：1 个
所以一共有 8+6+1=15（个）

练习 1

1×1 的正方形有：6 个
2×2 的正方形有：3 个
3×3 的正方形有：1 个
所以一共有 6+3+1=10（个）

例 3

正着的正方形：
1×1 的正方形有：8 个
2×2 的正方形有：3 个
斜着的正方形：5 个
所以一共有 8+3+5=16（个）

19.2 三角形计数

例 4

一块组合的有 3 个；两块组合的有 4 个；四块组合的有 1 个，一共有 3+4+1=8（个）。

练习 2

单独一块的三角形有 4 个，两块组合的三角形有 4 个，三块、四块、五块组合的三角形各有 1 个，共有 4+4+1+1+1=11（个）。

例 5

正向：1 层（1 个三角形构成）的有：1+2+3+4=10（个）
2 层（4 个三角形构成）的有：1+2+3=6（个）
3 层（9 个三角形构成）的有：1+2=3（个）
4 层（16 个三角形构成）的有：1 个
反向：1 层（1 个三角形构成）的有：1+2+3=6（个）
2 层（4 个三角形构成）的有：1 个
所以一共有 10+6+3+1+6+1=27（个）

开放试题

8 个。

本讲巩固

1．1×1 的正方形有：2+3+4=9（个）
2×2 的正方形有：3 个
所以一共有 12 个。
2．1×1 的正方形有：4（个）
2×2 的正方形有：4（个）
所以一共有 8 个。
3．分类枚举：1×1 的正方形有 8 个，2×2 的正方形有 5 个，4×4 的正方形有 1 个。所以共有 14 个。
4．按组成块数枚举：一块组合的有 4 个；两块组合的有 3 个；3 块组合的有 1 个，5 块组合的有 1 个，一共有 4+3+1+1=9（个）。
5．按位置分类枚举，正放：由 1 个三角形构成的有 1+2+3=6（个），由 4 个三角形构成的有 3 个，由 9 个三角形构成的有 1 个；倒放：由 1 个三角形构成的有 3 个，所以图中共有 6+3+1+3=13（个）。

第 20 讲 简易方程

20.1 移项、合并同类项

例 1

（1）$x+3=8$
$x+3-3=8-3$（根据等式基本性质 1，方程两边同时减 3）
$x=8-3$（移项，变号）
$x=5$
（2）$8-x=3$
$8-x+x=3+x$（根据等式基本性质 1，方程两边同时加 x）
$8=3+x$（移项，变号）
$3+x=8$
$3+x-3=8-3$（根据等式基本性质 1，方程两边同时减 3）
$x=5$
需要注意的是把“$8=3+x$”转换成“$3+x=8$”是把等式两边互换位置，不是移项，不需要变号。
（3）$x\div3=9$
$x\div3\times3=9\times3$（根据等式基本性质 2，方程两边同时乘以 3）
$x=9\times3$
$x=27$
（4） $3x=9$
$3x\div3=9\div3$（根据等式基本性质 2，方程两边同时除以 3）
$x=9\div3$
$x=3$

例 2

（1）$12-4x=3x-2$
解：$12+2=3x+4x$（移项）
$14=7x$（合并同类项）
$x=2$（两边同时 $\div7$）
（2）$4x+15=6x+3$
解：$15-3=6x-4x$
$12=2x$
$x=6$

练习 1

（1）$12-3x=7x-18$

解：$12+18=7x+3x$

$30=10x$

$x=3$

（2） $7x-2=4x+13$

解：$7x-4x=13+2$

$3x=15$

$x=5$

20.2 去括号

例 3

（1）$12-(3x-4)=x$

解： $12-3x+4=x$

$12+4=x+3x$

$16=4x$

$x=4$

（2）$15x+(30-6x)=39$

解： $15x+30-6x=39$

$15x-6x=39-30$

$9x=9$

$x=1$

例 4

$2(x+3)=3(x+1)$

解：$2x+2\times3=3x+3\times1$

$2x+6=3x+3$

$6-3=3x-2x$

$3=x$

$x=3$

例 5

（1） $2+3(x-26)=92-x$

解： $2+(3\times x-3\times26)=92-x$

$2+3x-78=92-x$

$3x+x=92+78-2$

$4x=168$

$x=42$

（2） $4(x+1)-3(x-1)=2x+3$

解：$(4x+4\times1)-(3x-3\times1)=2x+3$

$(4x+4)-(3x-3)=2x+3$

$4x+4-3x+3=2x+3$

$4+3-3=2x+3x-4x$

$4=x$

$x=4$

练习 2

$37-3（x+7）=5x$

解： $37-3x-21=5x$

$37-21=5x+3x$

$16=8x$

$x=2$

开放试题

$(5x+34)\div2-3x=(9x+6)\div8$

解：$4(5x+34)-24x=9x+6$（方程两边同乘以 8）

$20x+136=9x+6+24x$（不够减，先移到右边）

$130=13x$

$x=10$

本讲巩固

1. （1）$x+6=10$

解： $x+6-6=10-6$

$x=4$

（2） $9-x=6$

解： $9-x+x=6+x$（两边同时 $+x$）

$9=6+x$

$9-6=6+x-6$（两边同时 -6）

$9-6=x$

$3=x$

$x=3$

（3） $4x=76$

解： $4x\div4=76\div4$

$x=19$

（4） $x\div4=2$

解： $x\div4\times4=2\times4$（两边同时 $\times4$）

$x=8$

2. $20+4x=32-2x$

解： $4x+2x=32-20$

$6x=12$

$x=2$

3.（1）$18-(3x-6)=x$

解： $18-3x+6=x$

$18+6=x+3x$

$24=4x$

$x=6$

注意括号前面是“−”，去掉括号，括号里面的每一项都要变号。原来“+”变“−”，原来“−”变“+”。

（2）$7x-(3x+2)=22$

解：$7x-3x-2=22$

$4x=22+2$

$4x=24$

$x=6$

4.（1）$8(5+x)=72$

解：$40+8x=72$

$8x=72-40$

$8x=32$

$x=4$

（2）$4(3x-5)=40$

解：$12x-20=40$

$12x=40+20$

$12x=60$

$x=5$

5. $8-3(x-18)=122-6x$

解：$8-3x+54=122-6x$

$6x-3x=122-54-8$

$3x=60$

$x=20$

第 21 讲　简易方程的应用

21.1　用方程解决基本应用题

例 1

（1）$78+x=223$

解：$x=223-78$

$x=145$

（2）$x-26=43$

解：$x=43+26$

$x=69$

（3）解：设某数为 x，列式得：

$36+4x=136$

$4x=136-36$

$4x=100$

$x=100\div4$

$x=25$

例 2

分析题意可以列出等量关系：已修的米数 + 剩下的米数 = 总共要修的米数；设平均每天修 x 米，修了 8 天，所以一共修了 $8x$ 米，还剩下 440 米，可以列出方程如下：$8x+440=1000$

练习 1

分析图形可知，桃树和杏树一共有 520 棵，即有等量关系式：桃树棵数 + 杏树棵数 =520，又桃树有 x 棵，杏树有 $x+x+x=3x$，所以可以列出方程式：$x+3x=520$。

例 3

（1）解：设男生有 x 人，则有女生（$2x+200$）人。

根据题意列方程有 $x+2x+200=3200$

解方程得：$x=1000$

所以女生有 $3200-1000=2200$（人）

答：男生有 1000 人，女生有 2200 人。

（2）解：设有女生 x 人，则有男生（$2x-860$）人

根据“一共有学生 2800 人”找相等关系

列得方程 $x+2x-860=2800$

整理得 $3x=3660$

解得 $x=1220$

男生人数：$2800-1220=1580$（人）

答：男生有 1580 人，女生有 1220 人。

21.2　用方程解决鸡兔同笼问题和盈亏问题

例 4

解：设 8 人小组有 x 组，则 5 人小组有（$15-x$）组

$8x-5(15-x)=3$

$8x-5\times15+5x=3$

$13x=78$

$x=6$

$8\times6+5\times(15-6)=93$（名）

答：共有 93 名同学参加秋游。

练习 2

解：设鸡有 x 只，则兔子有（$10-x$）只，根据题意列方程如下：

$2x+4(10-x)=26$

$x=7$

所以兔子有 $10-7=3$（只）。

例 5

设今年小李的年龄为 x 岁，则今年小李爷爷的年龄为 $5x$ 岁，根据“12 年之后，爷爷的年龄将是他的 3 倍”，列得方程 $5x+12=3(x+12)$。整理得 $2x=24$，解得 $x=12$。

开放试题

解：设这个小组中的男生的人数为 x 人，那么女生的人数为（$8-x$）人，

由两种搬书方式的数量关系可以列出方程：

$$25x+15=20(8-x)-10$$
$$25x+15=150-20x$$
$$45x=135$$
$$x=3$$

所以这个小组中有男生 3 人，女生 $8-3=5$（人）。

本讲巩固

1.（1）$32+x=100$

解得：$x=68$

（2）$x-72=36$

解得：$x=108$

（3）$93-6x=51$

解得：$x=7$

2. 分析题意得出等量关系式：买作业本的钱 + 找回的钱 = 付出的钱数，每本作业本 x 元，所以买 8 个花了 $8x$ 元，列出方程如下：$8x+1=17$。

3.（1）解：设女生有 x 人，则男生有 $3x+2$ 人。根据题意知：$x+(3x+2)=1002$。解方程得 $x=250$

男生有 $3\times250+2=752$ 或 $1002-250=752$（人）。

（2）解：设女生有 x 人，则男生有 $3x-20$ 人。根据题意知：$x+3x-20=780$。解方程得 $x=200$

男生有 $200\times3-20=580$ 或 $780-200=580$（人）。

4. 解：设笼中有鸡 x 只，则笼中有兔（$20-x$）只。根据题意知 $2x+4(20-x)=58$。

解方程得 $x=11$，所以兔子有 $20-11=9$（只）。

5. 解：设乘乘今年 x 岁，则爸爸今年 $7x$ 岁。由题意知 $4(x+5)=7x+5$ 解方程得 $x=5$，所以乘乘今年 5 岁。

第 22 讲　路程、速度与时间

22.1　基本行程问题

例 1

（1）$2\times15=30$（千米）；

（2）$60\div15=4$（时）；

（3）$150\div3=50$（千米 / 时）

例 2

小明的速度：$280\div4=70$（米 / 分），从学校到少年宫：$70\times10=700$（米）

例 3

北京到某地的距离为：$60\times15=900$（千米），客车到达某地需要的时间为：

$900\div50=18$（时），$18-15=3$（时），所以客车要比货车提前 3 小时出发。

例 4

（1）薇儿和艾迪在同一条路上同向而行；

①当朝薇儿家方向；

两人间距离减少：$(70-60)\times3=30$（米），两人间的距离：$400-30=370$（米）

②当朝艾迪家方向；

两人间距离增加：$(70-60)\times3=30$（米），两人间的距离：$400+30=430$（米）

（2）薇儿和艾迪在同一条路上背向而行时，

两人的距离增加了 $(70+60)\times3=390$（米），两人的距离是：$400+390=790$（米）

（3）薇儿和艾迪在同一条路上相向而行，

两人的距离缩短了 $(70+60)\times3=390$（米），两人的距离是：$400-390=10$（米）

练习 1

剩下的路程为 $42\times6\div2=126$（千米），剩下的时间为 $6\div2-1=2$（时），余下路程的速度为 $126\div2=63$（千米）

22.2　平均速度

例 5

从 A 到 B 的时间为：$12\div6=2$（时），从 B 到 C

的时间为：8÷4=2（时），从 *C* 到 *D* 的时间为：4÷2=2（时），从 *A* 到 *D* 的总时间为：2+2+2=6（时），总路程为：12+8+4=24（千米），那么从 *A* 到 *D* 的平均速度为：24÷6=4（千米/时）。

练习 2

要求往返全程的平均速度是多少，必须知道摩托车“往”与“返”的总路程和“往”与“返”的总时间。摩托车“往”行了 90 千米，“返”也行了 90 千米，所以摩托车的总路程是：90×2=180（千米）。摩托车“往”的速度是每小时 30 千米，所用时间是：90÷30=3（时），摩托车“返”的速度是每小时 45 千米，所用时间是：90÷45=2（时），往返共用时间是：3+2=5（时），由此可求出往返的平均速度：180÷5=36（千米/时）

开放试题

第一次相遇两人共跑 90 米，所以第一次相遇两人用 90÷(3+2)=18（秒），以后每隔 180 米，相遇一次，即用 180÷(3+2)=36（秒）。

方法一：10×60=600（秒），(600−18)÷36=16……6，所以 10 分钟一共相遇了 16+1=17（次）。

方法二：10×60=600（秒），600×(3+2)=3000（米），3000−90=2910（米），2910÷180=16……30

所以 10 分钟一共相遇了 16+1=17（次）。

本讲巩固

1．（1）60　（2）5　（3）50

2．从家到学校的路程：15×2=30（千米），回来的时间 30÷10=3（时）。

3．（1）544 或 456　（2）816　（3）184

4．在整个过程中，甲车行驶了 3+5= 8（时），行驶的路程为：48×8=384（千米）；乙车行驶了 5 小时，行驶的路程为：50×5=250（千米），此时两车还相距 15 千米，所以 *A*、*B* 两地间相距：384+250+15=649（千米）。

5．设从甲到乙的距离为 200 千米，则去时的时间为 200÷10=20（时），回来的时间为 200÷40=5（时），平均速度 = 总路程 ÷ 总时间 =(200+200)÷(20+5)=16（千米/时）。